

## 2015년 제1차 경찰공무원(순경) 수학 해설

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 01. ① | 02. ④ | 03. ② | 04. ① | 05. ① | 06. ③ | 07. ① | 08. ③ | 09. ④ | 10. ③ |
| 11. ④ | 12. ③ | 13. ② | 14. ③ | 15. ④ | 16. ② | 17. ④ | 18. ② | 19. ③ | 20. ② |

### 1. 【정답】 ①

$(g \circ f)(x) = x$ 이므로  $g(x)$ 는  $f(x)$ 의 역함수이다.

$$y = 3x - 1, \quad x = 3y - 1$$

$$y = g(x) = \frac{1}{3}(x + 1)$$

$$g(5) = \frac{1}{3}(5 + 1) = 2$$

### 2. 【정답】 ④

$$f(x) = (x - 1)Q(x) + 3$$

$$Q(-1) = -2$$

$$f(-1) = (-1 - 1)Q(-1) + 3 = 4 + 3 = 7$$

### 3. 【정답】 ②

5번째 시험까지의 점수의 총합은  $83 \times 5 = 415$

$$\frac{415 + x}{6} = 85$$

$$415 + x = 510$$

$$x = 95$$

### 4. 【정답】 ①

$$(\sqrt{2x} + \sqrt{y})^2 = 2x + y + 2\sqrt{2xy} = 5 + 2\sqrt{2xy}$$

$$2x + y \geq 2\sqrt{2xy}$$

$$5 \geq 2\sqrt{2xy}$$

$2\sqrt{2xy}$ 의 최댓값이 5이므로  $(\sqrt{2x} + \sqrt{y})^2$ 의 최댓값은  $5 + 5 = 10$ 이다.

따라서  $\sqrt{2x} + \sqrt{y}$ 의 최댓값은  $\sqrt{10}$

### 5. 【정답】 ①

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\omega^3 = 1, \quad \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$1 + \omega + \omega^2 + \omega^3(1 + \omega + \omega^3) + \cdots + \omega^{2013}(1 + \omega + \omega^2) = 0$$

6. 【정답】 ③

$f(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$ 이므로 방정식은  $x = 1$ 을 근으로 가진다.

조립제법을 써서 인수분해하면

$$(x-1)(x^2-5x+6) = (x-1)(x-2)(x-3) = 0$$

따라서 세 근은 1, 2, 3이다.

$$\frac{(1+2)(2+3)(3+1)}{1+2+3} = \frac{3 \times 5 \times 4}{6} = 10$$

7. 【정답】 ①

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$10^x + 10^{-x} = \sqrt{3}-1 + \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}-1 + \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2}$$

8. 【정답】 ③

$$\log_3 xy = 2, \quad xy = 9$$

$$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 y^2} = 2xy$$

따라서 최솟값은  $2 \times 9 = 18$

9. 【정답】 ④

㉠  $A(B-C) = O$ ,  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 이고  $B-C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 인 경우  $A \neq O$ 이지만  $B-C \neq O$ 이다.

㉡ 주어진 명제의 대우인 ' $A = E$ 이면  $(A-E)^2 = O$ 이다.'가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

㉢  $AB = A(kA+E) = kA^2 + A$ ,  $BA = (kA+E)A = kA^2 + A$ 이므로  $AB = BA$ 이다.

10. 【정답】 ③

$$a_1 = S_1 = 1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = 6$$

$$a_n = n^2 + 3n + 2 - \{(n-1)^2 + 3(n-1) + 2\}$$

$$a_n = 2n - 1 + 3 = 2n + 2 \quad (n \geq 2)$$

$$a_7 = 2 \cdot 7 + 2 = 16$$

$$a_1 + a_7 = 6 + 16 = 22$$

11. 【정답】 ④

$$a_3 \cdot a_1 = a_2, \quad a_3 = 2$$

$$a_4 \cdot a_2 = a_3, \quad a_4 = 1$$

$$a_5 \cdot a_3 = a_4, \quad a_5 = \frac{1}{2}$$

나열하면 1, 2, 2, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1, 2, 2, ...

따라서 6개의 항을 주기로 1, 2, 2, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ 이 반복됨을 알 수 있다.

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{18} = 3 \left( 1 + 2 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 21$$

12. 【정답】 ③

$$(k + \alpha)(k + \beta) = k^2 + (\alpha + \beta)k + \alpha\beta = k^2 + 3k - 5$$

$$\sum_{k=1}^{15} (k^2 + 3k - 5) = \frac{15 \cdot 16 \cdot 31}{6} + 3 \cdot \frac{15 \cdot 16}{2} - 5 \cdot 15 = 1240 + 360 - 75 = 1525$$

13. 【정답】 ②

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n + 2} - 2n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 2 - 4n^2}{\sqrt{4n^2 + 3n + 2} + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{\sqrt{4n^2 + 3n + 2} + 2n} = \frac{3}{4}$$

14. 【정답】 ③

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-a}$ 이 극한값을 가지므로  $1^2 - a = 0$ 에서  $a = 1$ 이다.

$$\textcircled{㉠} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - a^2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

$$\textcircled{㉡} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 - a^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{㉢} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+a^3}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \text{발산}$$

따라서 극한값이 존재하는 것은 ㉠, ㉡이다.

15. 【정답】 ④

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{5h} = \frac{1}{5} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \frac{1}{5} f'(5) = 15$$

$$f'(5) = 5 \times 15 = 75$$

16. 【정답】 ②

$$\int_0^2 (3x^2 + 3)dx = [x^3 + 3x]_0^2 = 8 + 6 = 14$$

17. 【정답】 ④

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ (n+2k)^3 \cdot \frac{2}{n^4} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( 1 + \frac{2k}{n} \right)^3 \frac{2}{n} = \int_1^3 x^3 dx = \left[ \frac{1}{4} x^4 \right]_1^3 = \frac{80}{4} = 20$$

18. 【정답】 ②

$f(x)$ 의 부정적분 중 하나를  $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} \int_3^x f(t) dt &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(F(x) - F(3))(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(F(x) - F(3))(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{x - 3} = 2\sqrt{3}f(3) \end{aligned}$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^3 - 3 + 5 = 56$$

$$2\sqrt{3}f(3) = 112\sqrt{3}$$

19. 【정답】 ③

합격자의 수를  $m$ , 불합격자의 수를  $n$ 이라 하면

$$\frac{75m + 50n}{m + n} = 65$$

$$75m + 50n = 65m + 65n$$

$$10m = 15n, \quad 2m = 3n$$

$$\text{합격률} = \frac{m}{m+n} = \frac{m}{m + \frac{2}{3}m} = \frac{3}{5}$$

20. 【정답】 ②

신뢰구간의 길이는 표본의 크기가 크고, 신뢰도가 작아야 짧아진다.

따라서 보기 중 표본의 크기가 제일 크고, 신뢰도가 가장 작은 ②번이 가장 짧다.