

2015년 서울시 지적직 9급 수학 A책형 해설

01. ③	02. ②	03. ②	04. ②	05. ④	06. ④	07. ③	08. ②	09. ③	10. ③
11. ④	12. ②	13. ①	14. ③	15. ①	16. ①	17. ③	18. ①	19. ④	20. ④

1. 【정답】 ③

$x \geq a$ 는 $-5 \leq x \leq 6$ 이기 위한 필요조건 : $a \leq -5$

$b \leq x \leq 4$ 는 $-5 \leq x \leq 6$ 이기 위한 충분조건 : $b \geq -5$

a 의 최댓값은 -5 , b 의 최솟값은 -5

$$ab = (-5)^2 = 25$$

2. 【정답】 ②

$$\begin{aligned} \sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} &= \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}} + \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

3. 【정답】 ②

$$\text{거리 } d = \frac{|2p+q-5|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|2p+q-5|}{\sqrt{5}} = \frac{|2p-p^2+2p-5|}{\sqrt{5}} = \frac{|-p^2+4p-5|}{\sqrt{5}} \text{가 최소}$$

이므로 $-p^2+4p-5$ 가 최소이다. $-p^2+4p-5 = -(p-2)^2-1$ 이므로 $p=2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

$$q = -p^2 + 2p = 0 \text{이므로 } pq = 0$$

4. 【정답】 ②

$$(x^2+y^2)(2^2+(-1)^2) \geq (2x-y)^2$$

$$(2x-y)^2 \leq 10, \quad -\sqrt{10} \leq 2x-y \leq \sqrt{10}$$

$$(-\sqrt{10}) \times \sqrt{10} = -10$$

5. 【정답】 ④

$$f^{-1}(12) = k \text{라 하면 } f(k) = 12$$

$$k + \sqrt{k} = 12 = 9 + \sqrt{9}$$

$$k = 9$$

6. 【정답】 ④

$$2\sin^2 x - \cos x - 1 = 2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1 = 0$$

$$-2\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$(2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}, \cos x = -1$$

$\cos x = \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 값의 합은 2π 이고, $\cos x = -1$ 에서 $x = \pi$ 이므로

$$2\pi + \pi = 3\pi$$

7. 【정답】 ③

$3^{x+2} + 3^{-x} = t$ 라 하면 $3^{x+2} + 3^{-x} \geq 2\sqrt{3^{x+2} \cdot 3^{-x}} = 6$ 이므로 $t \geq 6$ 이다.

$$f(t) = t^2 - 2t + 12 = (t-1)^2 + 11$$

$t \geq 6$ 이므로 최소일 때는 $t = 6$ 이다.

$$f(6) = 36$$

8. 【정답】 ②

$$x^{\frac{1}{4a}} = 2^{\frac{1}{c}}, x^{\frac{1}{3b}} = 3^{\frac{1}{c}}$$

$$\frac{3}{a} + \frac{4}{b} = \frac{12}{c}, \frac{1}{4a} + \frac{1}{3b} = \frac{1}{c}$$

$$x^{\left(\frac{1}{4a} + \frac{1}{3b}\right)} = 6^{\frac{1}{c}}, x = 6$$

9. 【정답】 ③

$$(A+2E)(A-E) = E$$

$$A^2 + A - 2E = E, A^2 + A = 3E$$

$$A(A+E) = 3E \text{이므로 } A^{-1} = \frac{1}{3}(A+E) \text{이다.}$$

$$A^2 + (3A^{-1})^2 = A^2 + (A+E)^2 = 2A^2 + 2A + E = 2(A^2 + A) + E = 7E$$

따라서 모든 성분의 합은 $7+0+0+7=14$

10. 【정답】 ③

$$-2 \leq \log_2 x - k \leq 2$$

$$k-2 \leq \log_2 x \leq k+2$$

$$2^{k-2} \leq x \leq 2^{k+2}$$

$$M-m=2^{k+2}-2^{k-2}=30$$

$$2^k(2^2-2^{-2})=30$$

$$\frac{15}{4} \cdot 2^k = 30, \quad 2^k = 8, \quad k = 3$$

$$2^{k+1} = 2^4 = 16$$

11. 【정답】 ④

$$a_7 = x \text{라 하면 } a_6 = 97 - x \text{이다.}$$

$$a_5 + a_6 = a_7 \text{이므로 } 23 + 97 - x = x$$

$$2x = 120, \quad x = 60$$

따라서 수열을 a_8 부터 역순으로 나타내면

$$97, 60, 37, 23, 14, 9, 5, 4 \text{이므로}$$

$$a_3 = 9 \text{이다.}$$

12. 【정답】 ②

$$S_1 = a_1 = 2 - 1 + 1 = 2$$

따라서 수열 a_n 은 $a_1 = 2$ 이고 a_2 부터 공차 $d = 4$ 인 등차수열이다.

$$a_2 = S_2 - S_1 = (8 - 2 + 1) - (2 - 1 + 1) = 7 - 2 = 5$$

$$a_1 = 2, \quad a_n = 4n - 3 \quad (n \geq 2)$$

$$a_1 + a_3 + a_5 = 2 + 9 + 17 = 28$$

13. 【정답】 ①

$x = -t$ 로 치환하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}-3} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-3t}{\sqrt{t^2+1}-3} = -3$$

$$\left[\frac{x}{3} \right] = n \text{라 하면 } n \leq \frac{x}{3} < n+1$$

$$3n \leq x < 3(n+1)$$

$$\frac{1}{3(n+1)} < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3n}, \quad \frac{3}{n+1} < \frac{9}{x} \leq \frac{3}{n}$$

$$\frac{3n}{n+1} < \frac{9}{x} \left[\frac{x}{3} \right] \leq 3 \quad x \rightarrow \infty \text{일 때 } n \rightarrow \infty \text{이므로 샌드위치 정리에 의해}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9}{x} \left[\frac{x}{3} \right] = 3$$

$$a + b = -3 + 3 = 0$$

14. 【정답】 ③

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right) = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right) \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6} \end{aligned}$$

15. 【정답】 ①

모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)^2 \geq 0$, $(x-3)^4 \geq 0$ 이므로 나머지 부분이 도함수의 부호를 결정한다.

	$x+1$	$(x-2)^3$	$(x-4)^5$	$f'(x)$
$x < -1$	-	-	-	-
$-1 < x < 2$	+	-	-	+
$2 < x < 4$	+	+	-	-
$x > 4$	+	+	+	+

따라서 극솟점의 개수는 2개다.

16. 【정답】 ①

$f(-x) = f(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 우함수이다.

$(x^3 + 2x - 2)f(x) = x^3f(x) + 2xf(x) - 2f(x)$ 에서

$x^3f(x)$, $2xf(x)$ 는 기함수이므로

$$\int_{-1}^1 (x^3 + 2x - 2)f(x)dx = \int_{-1}^1 -2f(x)dx = -4 \int_0^1 f(x)dx = -4$$

17. 【정답】 ③

$${}_2H_3 \times {}_2H_4 \times {}_2H_5 = {}_4C_3 \times {}_5C_4 \times {}_6C_5 = 4 \times 5 \times 6 = 120$$

여기서 A주머니에 모든 구슬이 있는 경우와 B주머니에 모든 구슬이 있는 경우를 빼면

$$120 - 2 = 118$$

18. 【정답】 ①

$${}_4C_r x^{2r} \left(\frac{a}{x} \right)^{4-r} = {}_4C_r a^{4-r} x^{3r-4}$$

$$3r-4=5, \quad r=3$$

$${}_4C_3 \times a = -8, \quad a = -2$$

$$3r-4=2, \quad r=2$$

$$x^2 \text{의 계수는 } {}_4C_2 (-2)^2 = 6 \times 4 = 24$$

19. 【정답】 ④

표준편차를 σ 라 하면

$$P\left(\frac{50-70}{\sigma} \leq Z \leq \frac{70-70}{\sigma}\right) = \frac{215}{500} = 0.43$$

$$-\frac{20}{\sigma} = -1.5, \quad \sigma = \frac{40}{3}$$

$$P(X \geq 80) = P\left(Z \geq \frac{80-70}{\frac{40}{3}}\right) = P(Z \geq 0.75) = 0.5 - 0.27 = 0.23 = 23\%$$

20. 【정답】 ④

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta = \int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos\theta)^2 + \sin^2\theta} d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2(1-\cos\theta)} d\theta = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2\frac{\theta}{2}} d\theta = \int_0^{2\pi} 2\sin\frac{\theta}{2} d\theta$$

$$= \left[-4\cos\frac{\theta}{2}\right]_0^{2\pi} = 4 + 4 = 8$$