

2016년 국가직 9급 수학 2책형 해설

01. ③	02. ③	03. ②	04. ③	05. ①	06. ④	07. ②	08. ③	09. ④	10. ②
11. ②	12. ④	13. ②	14. ①	15. ④	16. ①	17. ①	18. 정답없음	19. ①	20. ②

1. 【정답】 ③

$$\begin{aligned}\int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx &= \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx \\ &= 2 \int_0^1 (-x^2 + 1) dx + \left[\frac{1}{3} x^3 - x \right]_1^2 = 2 \left[-\frac{1}{3} x^3 + x \right]_0^1 + \frac{7}{3} - 1 = 2 \times \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}\end{aligned}$$

2. 【정답】 ③

수렴하기 위해서는 분자 분모의 차수가 같아야 하므로 $a = 0$ 이다.

최고차항의 계수로 수렴하므로 극한값은 $\frac{b}{2} = 3$, $b = 6$

$$a + b = 0 + 6 = 6$$

3. 【정답】 ②

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$(x+1)(x-i) = 2-yi$$

$$(x^2+x) + (-x-1)i = 2-yi$$

$$x^2+x=2, \quad x^2+x-2=0$$

$$(x+2)(x-1)=0, \quad x=-2, 1$$

$$y=x+1 \text{ 이므로 } y=-1, 2$$

따라서 $(x, y) = (-2, -1)$, $(x, y) = (1, 2)$ 인 두 경우 모두 $xy = 2$ 이다.

4. 【정답】 ③

$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 이므로 중심의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.

중심과 점 A의 사이의 거리는 $\sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$

$$\overline{AT} = \sqrt{29 - 2^2} = \sqrt{25} = 5$$

5. 【정답】 ①

확률변수 X 는 이항분포 $B(100, 0.2)$ 를 따른다.

$$E(X) = 100 \times 0.2 = 20$$

$$V(X) = 20 \times 0.8 = 16$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 4$$

6. 【정답】 ④

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $f(3x-2) = 0$ 의 두 근은 $\frac{\alpha+2}{3}, \frac{\beta+2}{3}$ 이다.

$$\text{따라서 두 근의 합은 } \frac{\alpha+\beta+4}{3} = \frac{8+4}{3} = 4$$

7. 【정답】 ②

$$S(5, 2) = S(4, 1) + 2S(4, 2) = 1 + 2S(4, 2)$$

$$S(4, 2) = S(3, 1) + 2S(3, 2) = 1 + 2 \times 3 = 7$$

$$S(5, 2) = 1 + 2 \times 7 = 15$$

A 와 B 는 바뀔 수 있으므로 순서쌍의 개수는 $15 \times 2 = 30$

8. 【정답】 ③

$$p : 1 < x < 3, q : (x-3a)(x+a) < 0$$

$a < 0$ 이므로 $q : 3a < x < -a$ 이다.

$P \subset Q$ 이므로 $3a \leq 1, -a \geq 3$ 이다.

$$a \leq \frac{1}{3}, a \leq -3 \text{이므로 공통범위는 } a \leq -3$$

실수 a 의 최댓값은 -3

9. 【정답】 ④

처음위치로부터 거리가 3m이하인 경우는 동쪽으로 2번, 북쪽으로 2번 가는 경우이다.

$${}_4C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{8}{27}$$

10. 【정답】 ②

$h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하면

$$h(x) = x^4 + 2x^2 + k - 3$$

중간값 정리에 의해 $h(0)h(1) < 0$ 이면 된다.

$$h(0)h(1) = (k-3)(1+2+k-3) = k(k-3) < 0$$

$$0 < k < 3$$

$k = 1, 2$ 2개

11. 【정답】 ②

양변에 $x = -\sqrt{2}$ 를 대입하면

$$4 - \sqrt{2}a + b = \sqrt{6}$$

양변에 $x = \sqrt{3}$ 을 대입하면

$$9 + \sqrt{3}a + b = \sqrt{6}$$

$$-\sqrt{2}a + b = \sqrt{6} - 4$$

$$\sqrt{3}a + b = \sqrt{6} - 9$$

$$(-\sqrt{2} - \sqrt{3})a = 5$$

$$a = \frac{-5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = -5(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

12. 【정답】 ④

$$f(3) = 5$$

$$f(2 \cdot 1 + 1) = g(1 + 3) = 5$$

$$g(4) = 5$$

$$g^{-1}(5) = 4$$

13. 【정답】 ②

$$\int_0^2 (ax + 1)dx = 1$$

$$= \left[\frac{a}{2}x^2 + x \right]_0^2 = 2a + 2 = 1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

14. 【정답】 ①

$$f(x) = \frac{k}{x-1} - 2 \text{로 나타낼 수 있다.}$$

$$f(2) = k - 2 = 3, \quad k = 5$$

$$f(x) = \frac{5}{x-1} - 2 = \frac{5-2x+2}{x-1} = \frac{-2x+7}{x-1}$$

$$abc = (-2) \times 7 \times (-1) = 14$$

15. 【정답】 ④

$$ab = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$$

$$\log_{15} 80 = \frac{\log_2 80}{\log_2 15} = \frac{4 + \log_2 5}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{4 + ab}{a + ab}$$

16. 【정답】 ①

$$S_n = 1 \times (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{99} S_n &= \sum_{n=1}^{99} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ &= 10 - 1 = 9 \end{aligned}$$

17. 【정답】 ①

$$f(x) = p \left(x^2 - \frac{2}{p}x + \frac{1}{p^2} \right) - \frac{1}{p} + q = p \left(x - \frac{1}{p} \right)^2 - \frac{1}{p} + q$$

대칭축 $x = \frac{1}{p} > 1$ 이므로 구간 $[0, 1]$ 에서 최소는 $x = 1$ 일 때이다.

$$f(1) = p - 2 + q = 1$$

$$p + q = 3$$

18. 【정답】 정답없음

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 4ax = 4x(x^2 - 3x + a)$$

함수 $f(x)$ 가 극댓값을 갖지 않기 위해서는 도함수 $f'(x)$ 가 서로 다른 세 실근을 갖지 않아야 한다. $f'(x)$ 는 $x=0$ 인 실근 하나를 이미 가지고 있으므로 방정식 $x^2 - 3x + a = 0$ 이 허근 또는 중근을 갖거나 $x=0$ 을 근으로 가지면 된다.

$$\text{허근 또는 중근을 갖는 경우 : } D = 9 - 4a \leq 0, a \geq \frac{9}{4}$$

$$\text{근이 } x=0 \text{인 경우 : } a=0$$

$$\text{따라서 최솟값은 } a=0$$

19. 【정답】 ①

A 영화를 관람한 학생의 집합을 A, B 영화를 관람한 학생의 집합을 B, C 영화를 관람한 학생의 집합을 C라 하면 C 영화만 관람한 학생의 수가 최소가 되는 경우는

집합 A, B에서 $n((A \cap B) - C) = 2$ 인 부분을 제외한 모든 부분이 C의 부분집합이 되는 경우이다.

$$n(A \cap B) = 2 + 5 = 7, n(A \cup B) = 10 + 9 - 7 = 12$$

여기서 A와 B 두 영화만 관람한 학생 $n((A \cap B) - C) = 2$ 을 빼면 $12 - 2 = 10$ 이다.

$$\text{따라서 C 영화만 관람한 학생의 수의 최솟값은 } 11 - 10 = 1$$

20. 【정답】 ②

점화식으로부터 $a_n = 4n - 3$, $b_n = 2^{n-1}$ 이다.

모든 자연수는 $3k$, $3k+1$, $3k+2$ ($k=0, 1, 2, \dots$) 형태로 나타낼 수 있다.

수열 a_n 의 규칙성을 살펴보면 1, 5, 9, 13, $\dots$ 에서 $3k+1$, $3k+2$, $3k$ 형태가 계속 반복된다.

수열 b_n 의 규칙성을 살펴보면 1, 2, 4, 8, $\dots$ 에서 $3k+1$, $3k+2$ 형태가 계속 반복된다.

따라서 $a_m + b_n$ 이 3의 배수인 경우는 $(a_m, b_n) = (3k+1, 3k+2)$,

$(a_m, b_n) = (3k+2, 3k+1)$ 인 경우이다.

1) $(a_m, b_n) = (3k+1, 3k+2)$ 인 경우

$a_m = 3k+1$ 을 만족하는 $m = 1, 4, 7, 10$ 의 4개이고, $b_n = 3k+2$ 를 만족하는

$n = 2, 4, 6, 8, 10$ 의 5개다. 따라서 $4 \times 5 = 20$ 개

2) $(a_m, b_n) = (3k+2, 3k+1)$ 인 경우

$a_m = 3k+2$ 를 만족하는 $m = 2, 5, 8$ 의 3개이고, $b_n = 3k+1$ 을 만족하는

$n = 1, 3, 5, 7, 9$ 의 5개다. 따라서 $3 \times 5 = 15$ 개

1), 2)로부터 $20 + 15 = 35$ 개