

2015년 국가직 9급 수학 사책형 해설

01. ④ 02. ③ 03. ④ 04. ③ 05. ③ 06. ④ 07. ④ 08. ② 09. ④ 10. ②
 11. ④ 12. ③ 13. ① 14. ② 15. ① 16. ② 17. ① 18. ② 19. ① 20. ①

1. 【정답】 ④

- ① 집합 A 와 B 는 서로소가 아니다.
 ② $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$
 ③ $A - B = \{2, 3\}$
 ④ $B - A = \{7\}$

2. 【정답】 ③

- ㄱ. 정의역 2에 대해 값이 두 개가 대응되므로 함수가 아니다.
 ㄴ. $f(3) = 6 \notin Y$ 이므로 함수가 아니다.

3. 【정답】 ④

$$\begin{aligned} 2(x-a) - (y-b) + 1 &= 2x - y - 2a + b + 1 = 2x - y - 4 = 0 \\ -2a + b + 1 &= -4 \\ 2a - b &= 5 \end{aligned}$$

4. 【정답】 ③

$$\begin{aligned} \frac{a(1-i)}{(1+i)(1-i)} + \frac{b(1+i)}{(1-i)(1+i)} &= \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}i = 2-i \\ a+b &= 4, \quad a-b = 2 \\ a &= 3, \quad b = 1 \\ a^2 - b^2 &= 3^2 - 1^2 = 8 \end{aligned}$$

5. 【정답】 ③

$$\begin{aligned} g(f(2x)) &= x \\ f(2x) = 4x + 1 = 2, \quad x &= \frac{1}{4} \\ g(2) &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

6. 【정답】 ④

$$(x-2y)(x+y)=0$$

$$x=2y, -y$$

$$(2y)^2+y^2=50, 5y^2=50, y=\pm\sqrt{10}$$

$$(-y)^2+y^2=50, 2y^2=50, y=\pm 5$$

$$\begin{cases} x=2\sqrt{10} \\ y=\sqrt{10} \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2\sqrt{10} \\ y=-\sqrt{10} \end{cases} \quad \begin{cases} x=-5 \\ y=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5 \\ y=-5 \end{cases}$$

$$\text{최댓값은 } 2\sqrt{10}+\sqrt{10}=3\sqrt{10}$$

7. 【정답】 ④

$$A^2=\begin{pmatrix} 3-2 \\ 5-3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3-2 \\ 5-3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}=-E$$

$$A+A^2+A^3+A^4=A-E-A+E=O$$

$$A+A^2+A^3+\cdots+A^{123}=(A+A^2+A^3+A^4)+\cdots+A^{121}+A^{122}+A^{123}$$

$$=A-E-A=-E$$

$$\text{모든 성분의 합은 } -2$$

8. 【정답】 ②

$$5^{n-1} \leq A < 5^n$$

$$a_n=5^n-5^{n-1}=4 \cdot 5^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 5^{n-1}} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{5}{16}$$

9. 【정답】 ④

$$x>1\text{일 때 } f(x)=x$$

$$x=1\text{일 때 } f(x)=1$$

$$-1< x < 1\text{일 때 } f(x)=\sin(ax)$$

$$x=-1\text{일 때 } f(x)=-1$$

$$\text{따라서 연속이려면 } \sin a=1$$

$$\text{최솟값은 } a=\frac{\pi}{2}\text{이다.}$$

10. 【정답】 ②

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2+1}}=1, \quad \frac{|3m+n|}{\sqrt{m^2+1}}=1$$

$$n^2=m^2+1$$

$$9m^2+6mn+n^2=m^2+1$$

$$8m^2+6mn+n^2-1=0$$

$$8m^2+6mn+m^2=0$$

$$3m(3m+2n)=0$$

$$m=-\frac{2}{3}n$$

$$n^2=\frac{4}{9}n^2+1$$

$$\frac{5}{9}n^2=1, \quad n=-\frac{3}{\sqrt{5}}, \quad m=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$mn=-\frac{6}{5}$$

11. 【정답】 ④

$$f(x)=x^3-2x^2-4x+2$$

$$f(-2)=-8-8+8+2=-6$$

12. 【정답】 ③

$$\sum_{k=1}^{10}(k^2+2k)=385+110=495$$

13. 【정답】 ①

$$3^{2a-1}=3^{-2} \cdot 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$2a-1=-\frac{5}{2}$$

$$a=-\frac{3}{4}$$

14. 【정답】 ②

$$\frac{b-7}{a+1}=-1, \quad \frac{4b-7}{4a+1}=1$$

$$a+b=6, \quad 4a-4b=-8, \quad a-b=-2$$

$$a=2, \quad b=4 \quad ab=8$$

15. 【정답】 ①

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2}, \quad \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 3P(B)$$

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

16. 【정답】 ②

$$\log_2 \frac{7}{2} = \log_2 3.5 \text{ 이므로 정수 부분 } x = 1, \text{ 소수 부분 } y = \log_2 3.5 - 1 = \log_2 \frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^1 + 2^{\log_2 \frac{7}{4}} = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2$$

17. 【정답】 ①

$$P(X \geq 80) = P\left(Z \geq \frac{80 - 50}{15}\right) = P(Z \geq 2)$$

$$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

18. 【정답】 ②

$$\frac{D}{4} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0$$

$$\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 0$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}, \quad \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\theta = \frac{3}{4}\pi, \quad \tan \theta = -1$$

19. 【정답】 ①

함수 $f(x)$ 는 감소 $\rightarrow$ 감소 $\rightarrow$ 증가 $\rightarrow$ 감소 $\rightarrow$ 증가 이므로

$$a = 1, \quad b = 2$$

$$a - b = -1$$

20. 【정답】 ①

$y-2=m(x-1)$ 와 $y=x^2$ 의 교점의 x 좌표를 α, β 라 하면 ($\alpha < \beta$)

$$S(m) = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

$$x^2 - 2 = mx - m$$

$$x^2 - mx + m - 2 = 0$$

$$x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4(m-2)}}{2} = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4m + 8}}{2}$$

$$\beta - \alpha = \sqrt{m^2 - 4m + 8}$$

$$S(m) = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6}(m^2 - 4m + 8)^{\frac{3}{2}}$$

$$S'(m) = \frac{1}{4}(m^2 - 4m + 8)^{\frac{1}{2}}(2m - 4) \text{이므로 } m = 2 \text{일 때 최소가 된다.}$$

$$S(2) = \frac{1}{6}(2^2 - 4 \cdot 2 + 8)^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$p + q = 3 + 4 = 7$$