

2014년 서울시 지적직 9급 수학 해설 A책형

01. ③	02. ③	03. ②	04. ②	05. ②	06. ⑤	07. ④	08. ③	09. ①	10. ④
11. ①	12. ③	13. ①	14. ③	15. ⑤	16. ⑤	17. ①	18. ④	19. ①	20. ②

1. 【정답】 ③

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$i^{11} = (i^4)^2 \cdot i^3 = -i$$

$$a = 0, b = -1, a + 2b = 0 - 2 = -2$$

2. 【정답】 ③

$$x^{99} + \frac{1}{x^{99}} \geq 2\sqrt{x^{99} \cdot \frac{1}{x^{99}}} = 2, \quad x^{97} + \frac{1}{x^{97}} \geq 2\sqrt{x^{97} \cdot \frac{1}{x^{97}}} = 2, \quad \dots$$

$$x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2$$

짜지으면 총 50개이므로 최댓값 $A = 2 \times 50 = 100$

3. 【정답】 ②

1) $x < 2$ 일 때

$$2 - x - x + 3 = x + 1$$

$$3x = 4, \quad x = \frac{4}{3}$$

2) $2 \leq x < 3$ 일 때

$$-2 + x - x + 3 = x + 1$$

$x = 0$ 인데 $2 \leq x < 3$ 이므로 해는 없다.

3) $x \geq 3$ 일 때

$$-2 + x + x - 3 = x + 1$$

$$x = 6$$

$$\alpha\beta = \frac{4}{3} \times 6 = 8$$

4. 【정답】 ②

$$x \neq 1 \text{ 일 때 } f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}$$

모든 양수 x 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)}{(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} x(\sqrt{x+3} + 2) = 4$$

5. 【정답】 ②

$y = |x - a| - b$ 와 x 축이 만나는 점의 좌표는 $|x - a| = b$, $x = a \pm b$ 이고, 최솟값은 $-b$ 이므로 삼각형의 밑변의 길이는 $a + b - (a - b) = 2b$, 높이는 b 가 된다.

$$\frac{1}{2} \times 2b \times b = 4, \quad b = 2$$

6. 【정답】 ⑤

평행이동한 함수는 $y = 2(x+1)^2 - 4$ 이다.

선분 PQ의 중점이 원점이므로 방정식 $2(x+1)^2 - 4 = ax$ 의 두 근의 합이 0이 된다.

$$2x^2 + (4-a)x - 2 = 0$$

$$\frac{a-4}{2} = 0, \quad a = 4$$

7. 【정답】 ④

대칭축은 $x = 1$ 이므로 $f(x) = (x-1)^2 + k$ 의 형태로 나타낼 수 있다.

꼭짓점의 좌표 $(1, k)$ 가 $y = 2x$ 위에 있으므로 $k = 2$ 이다.

$$f(x) = (x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$$

$$a = 1, \quad b = 3, \quad a + b = 4$$

8. 【정답】 ③

$$(A - 3E)X = B$$

$A - 3E = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 이므로 $A - 3E$ 는 역행렬이 존재한다.

$$X = (A - 3E)^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a + b + c + d = 1 + 2 + 0 + 0 = 3$$

9. 【정답】 ①

$$1 < \log a < 2$$

$$\log 100a = 2 + \log a = 3 + (\log a - 1)$$

$$\log \frac{1000}{a} = 3 - \log a = 1 + (2 - \log a)$$

$$\log \frac{a}{100} = \log a - 2 = -1 + (\log a - 1)$$

따라서 가수의 총합은 $(\log a - 1) + (2 - \log a) + (\log a - 1) = \log a$

10. 【정답】 ④

$$a_n = \frac{1}{(2n+1)^2 - 1} = \frac{1}{4n^2 + 4n} = \frac{1}{4n(n+1)}$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k(k+1)} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{n}{4(n+1)}$$

11. 【정답】 ①

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{5^n} - 3 \right) \text{이 수렴하므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{5^n} = 3 \text{이다.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{30a_n + 4 \cdot 3^n + 2 \cdot 5^n}{a_n + 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{30 \frac{a_n}{5^n} + 4 \frac{3^n}{5^n} + 2}{\frac{a_n}{5^n} + 1} = \frac{30 \cdot 3 + 2}{3 + 1} = \frac{92}{4} = 23$$

12. 【정답】 ③

$$a_n - b_n = c_n, \quad a_n b_n = d_n \text{이라 하면}$$

$$a_n^2 + b_n^2 = (a_n - b_n)^2 + 2a_n b_n = c_n^2 + 2d_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n^2 + d_n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n^2 + 2d_n = 2^2 + 2 \cdot 4 = 12$$

13. 【정답】 ①

부채꼴의 반지름을 a , 내접원의 반지름을 b 라 하면

$$\frac{b}{a-b} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$2b = a - b, \quad a = 3b \text{이므로}$$

$$\frac{\frac{1}{6} \times \pi \times (3b)^2}{\pi \times b^2} = \frac{3}{2}$$

14. 【정답】 ③

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{a}{1} = a$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = a^2 - 2$$

따라서 방정식은 $x^2 + \sqrt{2}ax + (a^2 - 2) = 0$

$$D = 2a^2 - 4(a^2 - 2) = 0$$

$$a^2 = 4, \quad a = \pm 2$$

보기에서 가능한 값은 2이다.

15. 【정답】 ⑤

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 f(2) - 8f(x)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2)(x^3 - 8)}{x - 2} + \frac{-8(f(x) - f(2))}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} f(2)(x^2 + 2x + 4) - 8f'(2) = 2 \cdot (2^2 + 2 \cdot 2 + 4) - 8 \cdot 2 = 8 \end{aligned}$$

16. 【정답】 ⑤

$$\text{겉넓이} : 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi$$

$$rh + r^2 = 1, \quad r(r + h) = 1$$

$$h = \frac{1}{r} - r$$

$$\text{부피} : V = \pi r^2 h = \pi r^2 \left(\frac{1}{r} - r \right) = \pi(r - r^3)$$

$$\frac{dV}{dr} = \pi(1 - 3r^2) = 0, \quad r = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (r > 0)$$

$$\frac{h}{r} = \frac{\frac{1}{r} - r}{r} = \frac{1 - r^2}{r^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

17. 【정답】 ①

$A = \int_0^1 x^3 dx$ 라 하면 둘러싸인 영역의 넓이는 $1 - 2A$ 이다.

$$A = \frac{1}{4}, \quad 1 - 2A = \frac{1}{2}$$

18. 【정답】 ④

$$f'(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-2h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 \left\{ \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} + \frac{f(1-2h) - f(1)}{-2h} \right\} = 4f'(1)$$

$$f'(1) = 1 + 3 + 1 - 1 = 4$$

$$4f'(1) = 16$$

19. 【정답】 ①

짝수가 되는 경우는 두 수가 모두 짝수이거나 홀수인 경우이다.

$$\text{짝수인 경우의 수} : {}_4C_2 = 6$$

$$\text{홀수인 경우의 수} : {}_5C_2 = 10$$

$$10 + 6 = 16$$

20. 【정답】 ②

$$\frac{D}{4} = 16 - 2X < 0, \quad X > 8$$

$$P(X > 8) = P\left(Z > \frac{8-10}{2}\right) = P(Z > -1)$$

$$0.5 + 0.3413 = 0.8413$$