

2014년 서울시 9급 수학 A책형 해설

01. ③ 02. ④ 03. ② 04. ⑤ 05. ④ 06. ④ 07. ① 08. ② 09. ② 10. ④
 11. ⑤ 12. ① 13. ② 14. ② 15. ③ 16. ① 17. ③ 18. ⑤ 19. ⑤ 20. ①

1. 【정답】 ③

z^2 이 음의 실수이면 z 는 순허수이다.

$$z = (2x - 2) - xi$$

$$2x - 2 = 0, x = 1$$

$$z = -i$$

$$z + z^2 + z^3 + z^4 = -i - 1 + i + 1 = 0$$

2. 【정답】 ④

$$A + A^{-1} = E$$

$$A^2 + E = A$$

$$A^2 - A + E = O$$

$$(A + E)(A^2 - A + E) = O$$

$$A^3 + E = O$$

$A^3 = -E$ 이므로 역행렬은 $-E$ 이다.

3. 【정답】 ②

방정식을 풀면 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 이므로 두 근 α, β 모두 음수이다.

따라서 $\sqrt{\alpha} \sqrt{\beta} = -\sqrt{\alpha\beta}$ 이다.

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = -3 - 2\sqrt{1} = -5$$

4. 【정답】 ⑤

$$f(0) = 25, f(3) = 18$$

$f(4-x) + f(x-1)$ 을 $x-4$ 로 나눈 나머지는 $f(0) + f(3)$ 이므로 $25 + 18 = 43$ 이다.

5. 【정답】 ④

$$ab = 12$$

$$bc = 9$$

$$ca = 3$$

세 식을 모두 곱하면

$$(abc)^2 = 18^2, abc = 18$$

$$a = 2, b = 6, c = \frac{3}{2}$$

$$a + b + c = 2 + 6 + \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$$

6. 【정답】 ④

삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$

직선 AC의 방정식은 $y = 4(x - 2)$

직선 AC가 $y = k$ 와 만나는 점을 D, 직선 BC가 $y = k$ 와 만나는 점을 E라 하면

$$\overline{DE} = 4 - \left(\frac{k}{4} + 2\right) = 2 - \frac{k}{4}$$

$$\frac{1}{2} \left(2 - \frac{k}{4}\right)(8 - k) = 3$$

$$k^2 - 16 + 40 = 0$$

$k = 8 \pm 2\sqrt{6}$, $k < 8$ 이므로 $k = 8 - 2\sqrt{6}$ 이다.

7. 【정답】 ①

직선의 방정식은 $y - 1 = \frac{1 - 4}{2 - (-2)}(x - 2)$, $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$

$$3x + 4y - 10 = 0$$

원의 방정식은 $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$ 이므로 중심의 좌표는 $(-2, -1)$ 이다.

원의 중심과 직선 사이의 거리는 $d = \frac{|3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-1) - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$

따라서 $d(P)$ 의 최솟값은 $4 - 1 = 3$

8. 【정답】 ②

함숫값 : $a + b = c$

미분계수 $2a = 3c$

$a + b + c = 2c = 2, c = 1$

$a = \frac{3}{2}, b = -\frac{1}{2}$

$abc = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 1 = -\frac{3}{4}$

9. 【정답】 ②

$f^2 = \frac{\frac{x-1}{x} - 1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{-1}{x-1}, f^3 = \frac{-1}{\frac{x-1}{x} - 1} = \frac{-x}{-1} = x, f^4 = \frac{x-1}{x}, \dots$

2014 = 3 × 671 + 1 이므로 $f^{2014} = f^1$ 이다.

$f^{2014}(2014) = \frac{2014-1}{2014} = \frac{2013}{2014}$

10. 【정답】 ④

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{k=1}^n \left(2 + \frac{2k}{n}\right)^3 = \frac{3}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(2 + \frac{2k}{n}\right)^3 \frac{2}{n} = \frac{3}{2} \int_2^4 x^3 dx = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} (4^4 - 2^4) = 90$

11. 【정답】 ⑤

따라서 방정식을 만족하는 제일 작은 근을 α 라 하면 다른 세 근은 $\frac{\pi}{2} - \alpha, \pi + \alpha, \frac{3\pi}{2} - \alpha$ 이다.

모든 실근 x 의 합은 $\alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + (\pi + \alpha) + \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 3\pi$

12. 【정답】 ①

두 수의 곱이 3의 배수가 되는 경우는 두 수 모두 3의 배수이거나 두 수 중 하나만 3의 배수일 때이다.

두 수 모두 3의 배수 : ${}_3C_2 = 3$

두 수 중 하나만 3의 배수 : ${}_3C_2 \times {}_7C_1 = 21$

13. 【정답】 ②

$-2 \leq x \leq 1$ 이므로 $\frac{1}{4} \leq 2^x \leq 2$ 이다. 따라서 부등식은 $k\left(2^x - \frac{1}{4}\right)(2^x - 2) \leq 0$ 의 형태로 나타낼 수 있다.

$$k\left(4^x - \frac{9}{4}2^x + \frac{1}{2}\right) = 4^{x+1} + a \cdot 2^x + b \text{이므로 } k = 4 \text{이다.}$$

$$a = -9, b = 2$$

$$ab = -18$$

14. 【정답】 ②

$$(2n^2 - 3n)a_n = b_n \text{이라하면 } (3n^2 - 2n)a_n = \frac{3n^2 - 2n}{2n^2 - 3n}b_n \text{이다.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - 2n)a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n}{2n^2 - 3n}b_n = \frac{3}{2} \times 10 = 15$$

15. 【정답】 ③

$$a_{n+1} + 3 = 2(a_n + 3)$$

$$a_n + 3 = 6 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 3$$

$$a_{10} = 6 \cdot 2^9 - 3 = 3(2^{10} - 1)$$

16. 【정답】 ①

첫째항 $x+2$ 가 0이거나 공비 $x-3$ 이 -1 보다 크고 1 보다 작거나 같아야 한다.

$$x+2=0, x=-2$$

$$-1 < x-3 \leq 1$$

$$2 < x \leq 4$$

따라서 모든 정수 값의 합은 $-2+3+4=5$

17. 【정답】 ③

$x=-t$ 로 치환하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2+2}+5} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-4t}{\sqrt{t^2+2}+5} = -4$$

18. 【정답】 ㉟

$$\int_{-1}^2 (x^5 + x^3 + x + 1)dx + \int_2^1 (x^5 + x^3 + x + 1)dx = \int_{-1}^1 (x^5 + x^3 + x + 1)dx$$
$$= \int_{-1}^1 dx = 2$$

19. 【정답】 ㉟

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}, \quad \sin\theta\cos\theta = -\frac{3}{8}$$
$$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)^3 - 3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta + \cos\theta)$$
$$= \frac{1}{8} - 3 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{16}$$

20. 【정답】 ㉠

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 20, \quad V(X) = 16, \quad \sigma(X) = 4$$

$$P(X \geq 30) = P\left(Z \geq \frac{30-20}{4}\right) = P(Z \geq 2.5)$$
$$= 0.5 - 0.49 = 0.01 = 1\%$$