17년 국가직 9급 수학 풀이

1. 정답 ④

$3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}}5^{2\times\frac{3}{2}-2}=3^2\times5^1=45$

2. 정답 ②

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-3)$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(a_n-3)=0$

$\therefore\lim_{n\to\infty}a_n=3$ 이므로 $\lim_{n\to\infty}(3a_n+2)=11$

3. 정답 ④

$P(A^c)=1-P(A)=\frac{3}{5}\qquad\therefore P(A)=\frac{2}{5}$

$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}\qquad\therefore P(A\cap B)=\frac{1}{6}$

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{5}}=\frac{5}{12}$

4. 정답 ①

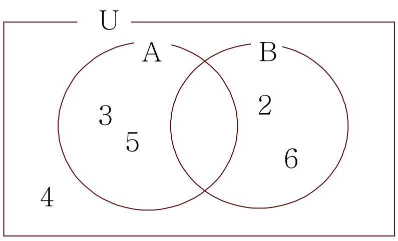
$a,\ b$ 가 실수이고 한 근이 $2+i$ 이므로 나머지 한 근은 $2-i$ 이다.

두 근의 합 $4=-a\qquad\therefore a=-4$

두 근의 곱 $5=b$

$a+b=1$

5. 정답 ②



위 벤다이그램에서 $A\cap B=\{1,7\}\qquad\therefore B=\{1,2,6,7\}$

B 의 원소의 합은 16

6. 정답 ④

$\log_2(a+b)=3\quad\therefore a+b=2^3=8$

$\log_3a+\log_3b=\log_3ab=2\quad\therefore ab=3^2=9$

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=46$

7. 정답 ③

조립제법을 이용하여 인수분해 하면

$x^3+(1-2a)x^2+(a^2-a+1)x-a=(x-a)\{x^2+(1-a)x+1\}=0$

$x=a$ or $x^2+(1-a)x+1=0$

$x=a$는 실근이므로 $x^2+(1-a)x+1=0$에서 두 허근을 가져야 하므로 $(1-a)^2-4=a^2-2a-3=(a+1)(a-3)<0$

$-1<a<3$

8. 정답 ③

$x^3+3x-5=A(x+1)+3x-6$ 이므로

$$\begin{aligned}A(x+1)&=x^3+3x-5-(3x-6)\\&=x^3+1\\&=(x+1)(x^2-x+1)\qquad\therefore A=x^2-x+1\end{aligned}$$

9. 정답 ①

$\int_1^x f(t)dt=xf(x)-\frac{2}{3}x^3+2x^2-1$ 의 양변에

$x=1$을 대입하면 $0=f(1)-\frac{2}{3}+2-1\qquad\therefore f(1)=-\frac{1}{3}$

또 양변을 미분하면

$f(x)=f(x)+xf'(x)-2x^2+4x\quad\therefore xf'(x)=2x^2-4x$이므로

$f'(x)=2x-4$

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(2x-4)dx=x^2-4x+c$

$f(1)=-3+c=-\frac{1}{3}\quad\therefore c=\frac{8}{3}\qquad f(2)=-\frac{4}{3}$

10. 정답 ③

무게중심의 성질에 의해 $\overline{GD}=2$

BC의 중점을 D라 하면 $\triangle BCG$에서 중선정리에 의해

$2^2+(2\sqrt{3})^2=2(\overline{BD}^2+2^2)\qquad\therefore\overline{BD}=2$

그러므로 $\triangle GBD$는 정삼각형이고 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}$

$\triangle ABC$의 넓이는 $\triangle GBD\times6=6\sqrt{3}$이다.

11. 정답 ④

로피탈의 정리를 이용하면

$\lim_{x\to1}\frac{x^2+5x-6}{x-1}=\lim_{x\to1}(2x+5)=7$

12. 정답 ②

$(k+1)x-(k-2)y-3k=0$이 k 에 관한 항등식이므로 k에 대해 내림차순으로 정리하면

$(x-y-3)k+(x+2y)=0$

$x-y-3=0,\ x+2y=0$ 연립하면 $x=2,\ y=-1$

따라서 항상 $(2,\ -1)$을 지난다. $ab=-2$

13. 정답 ③

$y=3-\sqrt{3x+a}$ 가 감소함수이므로

$x=0$에서 최댓값 2를 가지므로 $2=3-\sqrt{a}\quad\therefore a=1$

$x=1$에서 최솟값을 가지므로 최솟값은 $f(1)$이다

$f(1)=3-\sqrt{3+1}=1$

14. 정답 ①

$y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$의 교점은 $y=f(x)$와 $y=x$ 의 교점과 일치하므로 $\sqrt{x+2}=x\qquad x^2-x-2=0$

$x\geq-2$이므로 $P(2,2)\quad\therefore Q(2,0)$

$\triangle OPQ$ 의 넓이는 2

15. 정답 ②

$A_n(n,0)$이므로

$A_{n+1}(n+1,0)$, $B_n(n,n^2)$, $B_{n+1}(n+1,(n+1)^2)$, $C_n(n+1,n^2)$

사각형$A_nA_{n+1}C_nB_n$의 넓이 $S_n=n^2$

삼각형$B_nC_nB_{n+1}$의 넓이 $T_n=\frac{1}{2}\{(n+1)^2-n^2\}=n+\frac{1}{2}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{T_n{}^2}{S_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}{n^2}=1$$

16. 정답 ④

2017년도 직원들의 평균$E(Y)$와 분산$V(Y)$는

$$E(Y)=E\left(\frac{3}{2}X-500\right)=\frac{3}{2}E(X)-500=\frac{3}{2}4000-500=5500$$

$V(Y)=V\left(\frac{3}{2}X-500\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2V(X)=\frac{9}{4}\times300^2=450^2$ 이다.

따라서 2017년도 연봉Y는 정규분포$N(5500,450^2)$을 따른다.

$P(z\geq2)=0.023$이므로 $2=\frac{Y-5500}{450}$ $\quad\therefore Y=6400$

17. 정답 ④

$f(1)=3-a$이므로

$(f\circ f)(1)=f(3-a)=(3-a)^2-a(3-a)+2=7$

$2a^2-9a+4=0$이므로 모든 상수 a의 합은 두 근의 합이므로 $\frac{9}{2}$

18. 정답 ③

ㄷ. $h(0)=-1\notin X$(공역) 이므로 $h(x)$는 함수가 아니다.

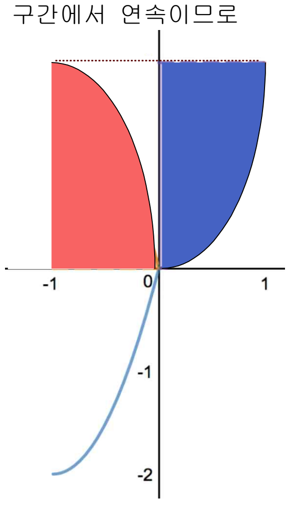
19. 정답 ②

$f(x)=f(x+1)-c$ 이고 모든 실수 구간에서 연속이므로

$y=2x^2$을 x축으로 -1만큼 평행이동한 후 y축의 방향으로 $-c$만큼 평행이동한 그래프는 $x=0$에서 만나야 한다.

오른쪽 그림에서 $\int_{-1}^{0}|f(x)|dx$는 구간$-1\leq x\leq0$에서 그래프와 y축사이의 넓이와 같다.

따라서 $\int_{-1}^{1}|f(x)|dx=2$



20. 정답 ②

두근의 합 $a_n=\frac{2}{n(n+2)}$이므로

$$\sum_{k=1}^{10}a_k=\sum_{k=1}^{10}\frac{2}{n(n+2)}=\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{12}\right)=\frac{175}{132}$$