

2017년 생활안전분야 국가직 7급 자동제어 나책형 해설

01. ②	02. ④	03. ③	04. ②	05. ③	06. ④	07. ③	08. ④	09. ③	10. ①
11. ④	12. ②	13. ③	14. ③	15. ④	16. ②	17. ①	18. ④	19. ④	20. ①

1. 【정답】 ②

① $\tau(t) = J\ddot{\theta}(t) + B\dot{\theta}(t) + K\theta(t)$ 이므로 라플라스 변환하면

$$\tau(s) = (Js^2 + Bs + K)\theta(s), \quad G(s) = \frac{\theta(s)}{\tau(s)} = \frac{1}{Js^2 + Bs + K}$$

② 감쇠비(damping ratio)는 $\zeta = \frac{\frac{B}{J}}{2\sqrt{\frac{K}{J}}} = \frac{B}{2\sqrt{JK}}$ 이다.

③ 고유주파수(undamped natural frequency)는 $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}}$ 이다.

④ 2차 시스템의 대역폭 $BW = \omega_n \left[(1 - 2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2} \right]^{1/2}$ 이므로 고유주파수를 증가시키면 대역폭(bandwidth)은 증가한다.

2. 【정답】 ④

ㄱ. 두 개의 허수 극점을 가지므로 단위계단입력에 대한 출력은 무감쇠 응답(undamped response)이 된다.

ㄴ. 두 개의 복소 극점을 가지므로 단위계단입력에 대한 출력은 미흡감쇠 응답(underdamped response)이 된다.

ㄷ. 두 개의 음의 실수 극점을 가지므로 단위계단입력에 대한 출력은 과감쇠(overdamped response)가 된다.

ㄹ. 두 개의 양의 실수 극점을 가지므로 단위계단입력에 대한 출력은 무한대로 발산한다.

3. 【정답】 ③

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -4 \\ -1 & s+5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} U = \frac{1}{s^2 + 5s - 4} \begin{bmatrix} s+5 & 4 \\ 1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} U$$

$$Y(s) = X_2(s) + a_3 U(s) \text{이고, } X_2(s) = \frac{a_2 s + a_1}{s^2 + 5s - 4} U(s) \text{이므로}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_2 s + a_1 + a_3 s^2 + 5a_3 s - 4a_3}{s^2 + 5s - 4} = \frac{a_3 s^2 + (a_2 + 5a_3)s + a_1 - 4a_3}{s^2 + 5s - 4}$$

$$a_3 = 3, \quad a_2 = -11, \quad a_1 = 21$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21 - 11 + 3 = 13$$

4. 【정답】 ②

$$\text{상태전이 행렬 } \Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}((sI - A)^{-1}) = \mathcal{L}^{-1}\left(\begin{bmatrix} s-1 & 1 \\ 1 & s \end{bmatrix}^{-1}\right)$$

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\begin{bmatrix} \frac{s}{s^2+1} & \frac{1}{s^2+1} \\ \frac{-1}{s^2+1} & \frac{s}{s^2+1} \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{bmatrix}$$

5. 【정답】 ③

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{3}{s} + \frac{10}{s^2}}{1 + \frac{2(s+5)}{s(s+1)(s+2)}}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3 + \frac{10}{s}}{1 + \frac{2(s+5)}{s(s+1)(s+2)}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3s+10}{s + \frac{2(s+5)}{(s+1)(s+2)}} = 2$$

다른 풀이

$$\text{단위계단입력에 대한 정상상태오차 : } e_1(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

$$\text{단위램프입력에 대한 정상상태오차 : } e_2(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{1}{5}$$

$$\text{따라서 최종정상상태오차 } e(\infty) = 3e_1(\infty) + 10e_2(\infty) = 3 \cdot 0 + 10 \cdot \frac{1}{5} = 2$$

6. 【정답】 ④

$$\text{가제어성 행렬 } S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \det S = 0 \text{이므로 가제어하지 않고,}$$

$$\text{가관측성 행렬 } V = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, \det V = 0 \text{이므로 가관측하지 않다.}$$

7. 【정답】 ③

키르히호프 법칙에서 $e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e_c(t)$ 이고 $i(t) = C\frac{de_c(t)}{dt}$ 이므로

$e(t) = RC\frac{de_c(t)}{dt} + LC\frac{d^2e_c(t)}{dt^2} + e_c(t)$ 이다. 라플라스 변환하면

$$E(s) = RCsE_c(s) + LCs^2E_c(s) + E_c(s)$$

$$G(s) = \frac{E_c(s)}{E(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

-2에서 중복극점을 가지므로 $LCs^2 + RCs + 1 = k(s+2)^2$ 의 형태로 인수분해된다.

양변의 계수를 비교하면 $LC = k$, $RC = 4k$, $1 = 4k$

따라서 $LC = \frac{1}{4}$, $RC = 1$

8. 【정답】 ④

루프이득은 $-2s^{-1}$, $-3s^{-1}$ 의 두 개이고, 비접촉이다.

순방향경로는 $40s^{-2}$, $8s^{-1}$ 의 두 개이고, 순방향 경로와 비접촉인 루프 이득은 없으므로 Mason의 공식에 의해 전달함수는

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{40s^{-2} + 8s^{-1}}{1 + 2s^{-1} + 3s^{-1} + 6s^{-2}} = \frac{8s + 40}{s^2 + 5s + 6} = \frac{8(s+5)}{(s+2)(s+3)}$$

9. 【정답】 ③

$$|G(j3)| = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \angle G(j3) = -45^\circ \text{ 이므로}$$

진폭 $A = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$, 위상 $\phi = -45^\circ$ 이다.

10. 【정답】 ①

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1000(K_p + K_d s)}{s(s+10)} = 100K_p = 1000, \quad K_p = 10$$

폐루프 전달함수의 특성방정식 $s(s+10) + 1000(10 + K_d s) = 0$ 이므로

$$s^2 + (10 + 1000K_d)s + 10000 = 0$$

$$\text{감쇠비} \quad \frac{10 + 1000K_d}{2 \times 100} = 0.5, \quad K_d = 0.09$$

11. 【정답】 ④

① 폐루프 전달함수의 특성방정식 $s^2 + 2\omega_n s + K\omega_n^2 = 0$ 이므로 폐루프 시스템이 안정하기 위한 조건은 $2\omega_n > 0$, $K\omega_n^2 > 0$ 이다. 따라서 K 의 범위는 $K > 0$ 이다.

② 시스템의 감쇠비 $\frac{2\omega_n}{2 \times \sqrt{K}\omega_n} = \frac{1}{\sqrt{K}}$ 이므로 폐루프 시스템의 감쇠비가 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이 되기 위한 K 값은 2이다.

③ 단위 계단 입력에 대한 정상상태 오차 $e(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K\omega_n^2}{s(s+2\omega_n)}} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$ 이다.

④ 시스템의 감쇠비 $\frac{1}{\sqrt{K}}$, 고유진동수 $\sqrt{K}\omega_n$ 이므로 2%정착시간 $t_s = \frac{4}{\omega_n}$ 이다. 따라서 K 값에 관계없다.

12. 【정답】 ②

시간지연이 있는 시스템의 경우 주파수가 증가함에 따라 위상이 급격하게 변한다. 문제의 극좌표선도는 시간지연이 있으며, $\omega = 0$ 일 때 양의 실수 값을 가지므로 가장 적합한 전달함수는 ②번 $\frac{Ke^{-Ls}}{1 + Ts}$ 이다.

13. 【정답】 ③

최대오버슈트(maximum overshoot) $e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ 이므로 감쇠비가 증가하면 최대오버슈트는 감소한다.

$$\text{ㄱ. 감쇠비 } \zeta = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ㄴ. 감쇠비 } \zeta = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ㄷ. 감쇠비 } \zeta = \frac{4}{2\sqrt{4}} = 1$$

따라서 최대오버슈트가 작은 순서대로 나열하면 ‘ㄷ→ㄴ→ㄱ’ 순이다.

14. 【정답】 ③

① 근궤적의 가지(branch)는 페루프 극점의 수와 같으므로 3개이다.

② 점근선의 실수축과의 교차점은 $\sigma_a = \frac{(0+1-4)-(-1)}{3-1} = -1$ 이고, 점근선의 각도

$$\theta_a = \frac{(2k+1)}{3-1} \times 180^\circ, \quad k=0, 1 \text{ 이므로 각도 } \theta_a = 90^\circ, 270^\circ \text{ 이다.}$$

③ 페루프 시스템의 특성방정식 $s(s-1)(s+4)+K(s+1)=0$ 이므로

$$s^3+3s^2+(K-4)s+K=0, \quad (j\omega)^3+3(j\omega)^2+(K-4)j\omega+K=0$$

$$K-3\omega^2+(-\omega^2+K-4)j\omega=0$$

$$K=3\omega^2=3(K-4), \quad K=6$$

④ 실수축 상의 근궤적 -4에서 -1, 0에서 1이고, -1이 영점이므로 근궤적 가지 중 하나는 -4에서 시작하여 -1에서 끝난다.

15. 【정답】 ④

$$H_1(s) = \frac{3}{s+1}, \quad H_2(s) = \frac{1}{s+4} \text{ 이므로}$$

$$H_1(s)H_2(s) = \frac{3}{(s+1)(s+4)} = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+4}$$

따라서 단위 임펄스 응답은 $e^{-t} - e^{-4t}$

16. 【정답】 ②

$$\text{페루프 시스템의 특성방정식 } 1 + \frac{K(2s+10)}{s^2-10} = 0$$

$$s^2+2Ks+10K-10=0$$

$$2K > 0, \quad 10K-10 > 0$$

공통범위는 $K > 1$

17. 【정답】 ①

① 진상보상기(lead compensator)는 페루프 시스템의 대역폭을 증가시킨다.

18. 【정답】 ④

$$G(j\omega) = \frac{5}{j\omega(j\omega+1)(j\omega+5)} = \frac{1}{j\omega(5-\omega^2+6j\omega)} \text{이므로 위상교차주파수}$$

$$\omega_p = \sqrt{5} \text{ rad/s이다.}$$

$$|G(j\omega_p)| = \frac{5}{\sqrt{5} \times \sqrt{6} \times \sqrt{30}} = \frac{1}{6}$$

$$\text{이득여유(gain margin) : } 20\log \frac{1}{|G(j\omega_p)|} = 20\log 6$$

19. 【정답】 ④

$$KG(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+a)(j\omega+b)} = \frac{K}{j\omega(ab-\omega^2+(a+b)j\omega)} \text{이므로 위상교차주파수}$$

$$\omega_p = \sqrt{ab} \text{이다. 이때 } KG(j\omega_p) = -\frac{K}{ab(a+b)} \text{이므로 나이퀴스트(Nyquist) 선도가 음의}$$

$$\text{실수축을 지나는 좌표는 } \left(-\frac{K}{ab(a+b)}, 0\right) \text{이다. } -\frac{K}{ab(a+b)} > -1 \text{일 때 나이퀴스트 선도}$$

$$\text{가 } (-1, 0) \text{을 둘러싸지 않아 안정하므로 } K \text{의 범위는 } K < ab(a+b) \text{이다.}$$

20. 【정답】 ①

$$\text{그림 (가)로부터 } G_1(s) = 20 \text{임을 알 수 있다.}$$

$$\omega = 0.1 \text{일 때 } 20\log |G(j\omega)| = 20 \text{이므로 } \omega \leq 0.1 \text{에서 } G_2(s) = \frac{1}{s} \text{이다.}$$

$$\omega = 0.5 \text{일 때 기울기가 } -40 \text{이 되므로 } 1 + \frac{s}{0.5} \text{이 전달함수의 분모에 들어간다.}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s\left(1 + \frac{s}{0.5}\right)} = \frac{0.5}{s(s+0.5)}$$