

## 2015년 국가직 7급 자동제어 3책형 해설

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 01. ③ | 02. ① | 03. ① | 04. ② | 05. ④ | 06. ③ | 07. ② | 08. ② | 09. ② | 10. ① |
| 11. ① | 12. ② | 13. ④ | 14. ④ | 15. ① | 16. ② | 17. ① | 18. ③ | 19. ① | 20. ③ |

### 1. 【정답】 ③

전달함수는 입력신호의 종류와 파형이 달라지더라도 변하지 않는다.

### 2. 【정답】 ①

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2-k_1 & -3-k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{고유값} : \det(A - \lambda I) = \lambda^2 + (3+k_2)\lambda + 2+k_1 = 0$$

$$-3-k_2 = -6, \quad k_2 = 3$$

$$2+k_1 = 13, \quad k_1 = 11$$

### 3. 【정답】 ①

블록선도를 안쪽부터 간단히 하면

$$\frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s} \cdot A} = \frac{1}{s+A}$$

$$\frac{\frac{1}{s(s+A)}}{1 + \frac{1}{s(s+A)} \cdot B} = \frac{1}{s(s+A)+B}$$

$$\text{따라서 최종 전달함수는 } \frac{\omega_n^2}{s^2 + As + B}$$

$$A = 2\zeta\omega_n, \quad B = \omega_n^2$$

### 4. 【정답】 ②

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s + 1} = 1$$

5. 【정답】 ④

문제에서 주어진 원점에서 멀어지는 극점의 이동은 감쇠비( $\zeta = \cos\theta$ )는 변하지 않는 상태에서 고유진동수( $\omega_n$ )만 증가하는 경우이므로 상승시간은 빨라지게 된다.

① 최대 퍼센트 오버슈트(overshoot)는 감쇠비와만 관련되므로 같은 값을 갖는다.

②, ③, ④ 극점이 원점에서 멀어질수록 응답속도는 빨라진다. (The farther the poles are from the origin, the more rapid the response.)

6. 【정답】 ③

$$C = [1 \ a], \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$CA = [-8a \ 1 - 6a]$$

$$\text{가관측성 행렬} : V = \begin{bmatrix} 1 & a \\ -8a & 1 - 6a \end{bmatrix}$$

$$\det V = 1 - 6a + 8a^2 = 0$$

$$(2a - 1)(4a - 1) = 0$$

$$a = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

7. 【정답】 ②

보드선도로 전달함수를 파악하면  $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ 이다.

따라서  $s$ 의 차수가 1이므로 1형 시스템이고,

정적속도오차상수  $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s+1} = 1$ 이다.

8. 【정답】 ②

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

1.  $r(t) = 3u(t)$ 인 경우

$$R(s) = \frac{3}{s}, \quad e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \frac{3}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{3}{\infty} = 0$$

2.  $r(t) = 3tu(t)$ 인 경우

$$R(s) = \frac{3}{s^2}, \quad e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \frac{3}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{3}{2} = 1.5$$

9. 【정답】 ②

①  $s^2 Y + 5s Y + 4Y = 4X$ , 전달함수  $\frac{Y}{X} = \frac{4}{s^2 + 5s + 4}$  이고, 특성방정식의 근  $(-1, -4)$ 이

좌반평면에 존재하므로 안정한 시스템이다.

②  $\frac{4}{s^2 + 5s + 4} = \frac{4}{(s+1)(s+4)} = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+4} \right)$  이므로 과도응답은  $\frac{4}{3}(e^{-t} - e^{-4t})$

가 되어 진동하지 않고 감쇠하는 과도응답 특성을 갖는다.

③  $\omega_n = 2$ 이고  $2\zeta\omega_n = 5$ 이므로  $\zeta = 1.25$ 이다.

④  $\omega_n^2 = 4$ 이므로  $\omega_n = 2$ 이다.

10. 【정답】 ①

$\omega = 0.1$ 일 때  $20\log|G(j\omega)| = 0$ 이므로  $0.1 \leq \omega \leq 1$ 에서  $G(s) = \frac{0.1}{s}$ 이다.

$\omega = 1$ 일 때 기울기가 0이 되므로  $1+s$ 이 전달함수의 분자에 들어간다.

$\omega = 10$ 일 때 기울기가  $-20$ 이 되므로  $1 + \frac{s}{10}$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$\omega = 100$ 일 때 기울기가 0이 되므로  $1 + \frac{s}{100}$ 이 전달함수의 분자에 들어간다.

$\omega = 400$ 일 때 기울기가  $-40$ 이 되므로  $\left(1 + \frac{s}{400}\right)^2$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$$G(s) = \frac{0.1(1+s)\left(1 + \frac{s}{100}\right)}{s\left(1 + \frac{s}{10}\right)\left(1 + \frac{s}{400}\right)^2} = \frac{1600(1+s)(100+s)}{s(10+s)(400+s)^2}$$

11. 【정답】 ①

$$\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}} \text{을 역변환하면 } \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{T}} = \frac{1}{T} \cdot \frac{T}{Ts + 1} = \frac{1}{Ts + 1}$$

단위계단입력에 대한 출력은

$$\frac{1}{s(Ts + 1)} = \frac{1}{s} - \frac{T}{Ts + 1} \text{이므로 출력은 } 1 - e^{-\frac{t}{T}} \text{가 된다.}$$

12. 【정답】 ②

$$C = ((R - C)G_2 + RG_1 - CH_1)G_3$$

$$(1 + G_2G_3 + G_3H_1)C = (G_1G_3 + G_2G_3)R$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1G_3 + G_2G_3}{1 + G_2G_3 + G_3H_1}$$

13. 【정답】 ④

④ PI제어기는 시스템의 형(type)을 증가시키므로 정상상태오차를 개선시킨다.

14. 【정답】 ④

$$1 + \frac{K(s+2)(s+4)}{s(s+1)(s^2+2s+5)} = 0$$

①  $s = 0$ ,  $s + 1 = 0$ ,  $s^2 + 2s + 5 = 0$ 에서  $s = 0, -1, -1 \pm j2$ 이다.

② 근궤적상의 완전 근궤적의 수는 페루프 극점의 개수와 같은 4개다.

③ 근궤적상의 점근선이 실수축과 만나는 교차점은  $\frac{-3 - (-6)}{4 - 2} = \frac{3}{2}$ 이다.

④ 근궤적상의 점근선의 각도는  $\frac{(2k+1)\pi}{4-2}$ ,  $k = 0, 1$ 이므로  $90^\circ, 270^\circ$ 이다.

15. 【정답】 ①

정상상태 출력의 주파수는 입력신호의 주파수와 같으므로  $f = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi}$  Hz이다.

이득  $|G(j\omega)| = \left| \frac{400}{(j20)^2 + 20 \cdot j20 + 400} \right| = \left| \frac{400}{400j} \right| = 1$ 이므로 진폭은 10이다.

16. 【정답】 ②

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f(t)$$

$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$ 의 극점이  $-1$ 에서 중근을 가지므로

$ms^2 + bs + k = m(s+1)^2 = ms^2 + 2ms + m$ 으로 놓을 수 있다.

따라서  $\frac{b}{m} = 2$ 이고,  $\frac{k}{m} = \frac{1}{2}$ 이다.

17. 【정답】 ①

$$\text{페루프 전달함수는 } \frac{\frac{K}{s(s+a)(s+b)}}{1 + \frac{K}{s(s+a)(s+b)}} = \frac{K}{s(s+a)(s+b) + K} \text{이다.}$$

따라서 특성방정식  $s^3 + (a+b)s^2 + abs + K = 0$ 이고

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & ab \\ s^2 & a+b & K \\ s^1 & \frac{ab(a+b) - K}{a+b} & \\ s^0 & K & \end{array}$$

극점이 우반평면에 2개 존재하기 위해서는 부호변화의 횟수가 2번이어야 한다.

따라서  $ab(a+b) - K < 0$ 이고,  $K > 0$ 이다.

공통범위는  $K > ab(a+b)$

18. 【정답】 ③

$$\text{페루프 전달함수는 } \frac{\frac{K}{s(s+1)(s+2)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+2)}} = \frac{K}{s^3 + 3s^2 + 2s + K} \text{이다.}$$

지속적으로 진동하기 위해서는 페루프 전달함수를 역변환 하였을 때 사인 또는 코사인 함수가 나오면 되므로 특성방정식이  $(s^2 + \omega^2)(s+a)$  꼴로 인수분해 되어야 한다.

$$s^3 + as^2 + \omega^2 s + \omega^2 a = s^3 + 3s^2 + 2s + K$$

양변의 계수를 비교하면  $a=3$ ,  $\omega^2=2$ 이므로  $K=\omega^2 a=6$ 이고  $\omega = \sqrt{2}$ 이다.

19. 【정답】 ①

$$\text{폐루프 전달함수 } \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \frac{1}{s(s+1)}}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \frac{1}{s(s+1)}} = \frac{K_p s + K_i}{s^2(s+1) + K_p s + K_i}$$

따라서 특성방정식  $s^3 + s^2 + K_p s + K_i = 0$ 이고

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & K_p \\ s^2 & 1 & K_i \\ s^1 & K_p - K_i & \\ s^0 & K_i & \end{array}$$

$$K_p - K_i > 0, \quad K_i > 0$$

$$K_p > K_i, \quad K_i > 0$$

20. 【정답】 ③

$$-1 < -\frac{K}{12} < 0$$

$$0 < K < 12$$