2012년 국가직 7급 자동제어 인책형 해설

01. ①	02. ①	03. ③	04. ①	05. ②	06. ③	07. ④	08. ①	09. ①	10. ②
11. ④	12. ④	13. ②	14. ③	15. ②	16. ②	17. ③	18. ③	19. ④	20. ④

1. **【정답】** ①

운동방정식 : $u(t)-b\dot{x}(t)-kx(t)=m\ddot{x}(t)$

$m\ddot{x}(t)+b\dot{x}(t)+kx(t)=u(t)$

라플라스 변환하면

$(ms^2+bs+k)X(s)=U(s)$

$$G(s)=\frac{X(s)}{U(s)}=\frac{1}{ms^2+bs+k}$$

고유진동수 $\omega^2=\dfrac{k}{m}$, $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

2. **【정답】** ①

두 개의 양의피드백 시스템을 간단히 하면

$$\frac{G_1}{1-G_1H_1},\ \frac{G_2}{1-G_2H_2}$$

따라서 시스템의 전달함수는

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\dfrac{G_1}{1-G_1H_1}\cdot\dfrac{G_2}{1-G_2H_2}}{1-\dfrac{G_1}{1-G_1H_1}\cdot\dfrac{G_2}{1-G_2H_2}}=\frac{G_1G_2}{1-G_1H_1-G_2H_2-G_1G_2+G_1H_1G_2H_2}$$

3. **【정답】** ③

외란토크 $N(t)=0$이므로 피드백 이득 $H'(s)=1-s(s+1)$이다.

$$e(\infty)=\frac{1}{\lim\limits_{s\to0}sG(s)H'(s)}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to0}\dfrac{K}{s+1}(1-s(s+1))}=\frac{1}{K}=0.1$$

$K=10$

4.【정답】①

(A)의 경우 $\zeta = 0$이므로 비감쇠(undamped)이고 따라서 그래프는 (3)이 된다.

(B)의 경우 $\omega_n = \sqrt{\dfrac{25 \times 36}{100}} = 3$이므로 $\zeta = \dfrac{6.1}{2 \cdot 3} > 1$이다. 따라서 과감쇠(overdamped)이고 그래프는 (1)이 된다.

(C)의 경우 $\omega_n = 3$이므로 $\zeta = \dfrac{4}{2 \cdot 3} < 1$이다. 따라서 부족감쇠(underdamped)이고 그래프는 (2)가 된다.

5.【정답】②

② $\zeta = \cos\theta$이므로 감쇠비가 커질수록 실수축에 가까워진다.

6.【정답】③

③ 시스템 매개변수(system parameter) 변화에 따른 민감도(sensitivity)를 감소시킨다.

7.【정답】④

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

① $R(s) = \dfrac{1}{s}$, $e(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} \dfrac{sR(s)}{1+G(s)} = \dfrac{1}{1 + \lim\limits_{s \to 0} G(s)} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{K}{p}} = \dfrac{p}{p+K}$

② $R(s) = \dfrac{1}{s^2}$, $e(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} \dfrac{sR(s)}{1+G(s)} = \dfrac{1}{\lim\limits_{s \to 0} sG(s)} = \dfrac{1}{0} = \infty$

③ $R(s) = \dfrac{1}{s}$, $e(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} \dfrac{sR(s)}{1+G(s)} = \dfrac{1}{1 + \lim\limits_{s \to 0} G(s)} = \dfrac{1}{\infty} = 0$

④ $R(s) = \dfrac{1}{s^2}$, $e(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} \dfrac{sR(s)}{1+G(s)} = \dfrac{1}{\lim\limits_{s \to 0} sG(s)} = \dfrac{1}{\dfrac{K}{p}} = \dfrac{p}{K}$

8. **【정답】** ①

$$G(j\omega)=\frac{K}{j\omega(j\omega+2)(j\omega+8)}=\frac{K}{j\omega(-\omega^2+16+10j\omega)}$$

$$-\omega^2+16=0,\ \omega=4,\ G(j\omega)=\frac{-K}{160}$$

$$20\log\left|\frac{1}{G(j\omega)}\right|=20,\ |G(j\omega)|=0.1$$

$$\left|\frac{-K}{160}\right|=0.1,\ K=16$$

9. **【정답】** ①

$\omega=0.1$일 때 $20\log|G(j\omega)|=-40$이므로 $0.1\le\omega\le1$에서 $G(s)=0.1s$이다.

$\omega=1$일 때 기울기가 0이 되므로 $1+s$이 전달함수의 분모에 들어간다.

$\omega=10$일 때 기울기가 -40이 되므로 $\left(1+\frac{s}{10}\right)^2$이 전달함수의 분모에 들어간다.

$$G(s)=\frac{0.1s}{(1+s)\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}=\frac{10s}{(s+1)(s+10)^2}$$

10. **【정답】** ②

제어 전

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)$$

$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9 & 0\end{bmatrix}$라 하면 시스템의 특성방정식은 $\det(sI-A)=0$이다.

$s^2+9=0$이므로 제어 전 고유진동수 $\omega_n=3$이다. 따라서 제어 후 고유진동수는 6이다.

제어 후

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 0\\ k_1 & k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9-k_1 & -k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}$$

$A'=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9-k_1 & -k_2\end{bmatrix}$라 하면 시스템의 특성방정식은 $\det(sI-A')=0$이다.

$$\det(sI-A')=s(s+k_2)+9+k_1=s^2+k_2s+9+k_1=0$$

$9+k_1=6^2=36,\ k_1=27$

$2\cdot1\cdot6=k_2,\ k_2=12$

11. **【정답】** ④

페루프 전달함수는 $\dfrac{\dfrac{KG}{1+sG}}{1+\dfrac{KG}{1+sG}}=\dfrac{KG}{1+sG+KG}=\dfrac{\dfrac{K}{s(s+2)(s+3)}}{1+\dfrac{s+K}{s(s+2)(s+3)}}$

$=\dfrac{K}{s(s+2)(s+3)+s+K}=\dfrac{K}{s^3+5s^2+7s+K}$이다.

지속적으로 진동하기 위해서는 페루프 전달함수를 역변환 하였을 때 사인 또는 코사인 함수가 나오면 되므로 특성방정식이 $(s^2+\omega^2)(s+a)$꼴로 인수분해 되어야 한다.

$s^3+as^2+\omega^2s+\omega^2a=s^3+5s^2+7s+K$

양변의 계수를 비교하면 $a=5,\ \omega^2=7$이므로 $\omega=\sqrt{7}\ \mathrm{rad/s}$이다.

12. **【정답】** ④

입력을 1과 $\cos 2t$로 나누어 생각하면

입력 1에 대한 정상상태 출력은 $\lim_{s\to0}s\cdot\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{8}{s^2+s+4}=2$

입력 $\cos 2t$에 대한 정상상태 출력의 진폭은 $|G(j\omega)|=\left|\dfrac{8}{-4+2j+4}\right|=4$이고, 위상차이는 $\phi=\angle G(j\omega)=-90^\circ$이다. 따라서 정상상태 응답은

$2+4\cos(2t-90^\circ)$

13. **【정답】** ②

전달함수를 안쪽부터 간단히 하면

$$\dfrac{\dfrac{25}{s(s+2)}}{1+\dfrac{25K}{s+2}}=\dfrac{25}{s(s+2)+25Ks}$$

$$\dfrac{\dfrac{25}{s^2+(2+25K)s}}{1+\dfrac{25}{s^2+(2+25K)s}}=\dfrac{25}{s^2+(2+25K)s+25}$$

$\omega_n^2=25,\ \omega_n=5,\ 2\cdot0.5\cdot5=2+25K$

$K=\dfrac{3}{25}=0.12$

14. 【정답】 ③

시스템의 특성방정식은 $s(s+1)^2+K_1+K_2 s=0$이다.

$s^3+2s^2+(1+K_2)s+K_1=0$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & 1+K_2 \\ s^2 & 2 & K_1 \\ s^1 & \dfrac{2+2K_2-K_1}{2} & \\ s^0 & K_1 & \end{array}$$

$2+2K_2-K_1>0$, $K_1>0$

$K_2>\dfrac{K_1}{2}-1$

15. 【정답】 ②

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}[27\ k]\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix}r(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 3-k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix}r(t)$$

$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 3-k \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix}$, $C=[1\ 1]$라 하면

고유값 : $\det(A-\lambda I)=\lambda^2+(k-3)\lambda+25=0$

$\lambda=-4\pm j3$에서 $\lambda^2+8\lambda+25=0$

$k-3=8$, $k=11$

라플라스변환하면

$sX=AX+BR$, $X=(sI-A)^{-1}BR$

$Y=C(sI-A)^{-1}BR$

$$Y=\frac{1}{s^2+8s+25}[1\ 1]\begin{bmatrix} s+8 & 1 \\ -25 & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix}R$$

$$Y=\frac{1}{s^2+8s+25}[1\ 1]\begin{bmatrix} p \\ ps \end{bmatrix}R$$

$$Y(s)=\frac{p(1+s)}{s^2+8s+25}\cdot\frac{1}{s}$$

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}\frac{p(1+s)}{s^2+8s+25}=\frac{p}{25}=1$$

$p=25$

16. 【정답】 ②

양변을 라플라스변환하면

$$s^2 Y+5s Y+6 Y=se^{-hs}U+e^{-hs}U$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+1}{s^2+5s+6}e^{-hs}$$

17. 【정답】 ③

① 단위원과 극좌표 선도(Nyquist plot)가 만나는 점이 음의 실수축과 이루는 각도가 위상여유이므로 60° 이다.

② 음의 실수축과 극좌표선도가 만나는 점이 $(-0.5,\,0)$이므로 이득여유

$$20\log\frac{1}{|-0.5|}=20\log 2$$이다.

③ 극좌표 선도로 전달함수는 기본형 $G(s)=\dfrac{K}{1+T_1 s}$에서 극점이 2개 추가되어 $\omega=\infty$일 때 위상이 $-90^\circ\times 2=-180^\circ$만큼 변하므로 $G(s)=\dfrac{3abc}{(s+a)(s+b)(s+c)}$의 형태로 나타낼 수 있다. 단위계단입력에 대한 정상상태 오차는

$$e(\infty)=\lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G(s)}=\frac{1}{1+\lim_{s\to 0}G(s)}=\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}$$이다.

④ 극점이 영점의 개수보다 3개 많아야 $\omega=\infty$일 때 위상이 90°가 된다.

18. 【정답】 ③

시스템의 특성방정식은 $s^4+2s^3+4s^2+2s+4=0$이다.

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

s^4	1	4	4
s^3	2	2	
s^2	3	4	
s^1	$-\frac{2}{3}$		
s^0	4		

부호변화의 횟수가 2번이므로 불안정하고 $s-$평면의 오른쪽 반평면에 존재하는 폐루프 극점의 수는 2개다.

19. 【정답】 ④

① 출력은 $\dfrac{1}{s} \cdot \dfrac{a}{s+a} = \dfrac{1}{s} - \dfrac{1}{s+a}$이므로 $y(t) = 1 - e^{-at},\ t \geq 0$이다.

② $t = \dfrac{1}{a}$일 때 $y\left(\dfrac{1}{a}\right) = 1 - \dfrac{1}{e} \fallingdotseq 0.632$이므로 최종 값의 63.2%에 도달한다.

(1차 시스템에서 최종값의 63.2%에 도달하는 시간을 시정수(time constant)라 한다.)

③ 시간이 무한히 경과해야 수학적으로 최종값 $y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = 1$에 도달할 수 있다.

④ 시간이 $\dfrac{5}{a}$만큼 흐르면 $y\left(\dfrac{5}{a}\right) = 1 - e^{-5} \fallingdotseq 0.99$이므로 출력이 최종치의 $\pm 1\%$에 도달한다.

20. 【정답】 ④

④ 안정된 시스템이 반드시 가제어성을 만족하는 것은 아니다.