2011년 국가직 7급 자동제어 우책형 해설

01. ③	02. ②	03. ④	04. ②	05. ③	06. ④	07. ②	08. ③	09. ④	10. ①
11. ③	12. ①	13. ④	14. ③	15. ①	16. ④	17. ①	18. ③	19. ②	20. ②

1.【정답】③

③ 주파수 응답(frequency response)의 위상(phase)은 출력신호의 위상에서 입력신호의 위상은 뺀 것 과 같다. $\phi(\omega) = \phi_o(\omega) - \phi_i(\omega)$

2.【정답】②

② 시스템 $f(x)$의 전달함수는 입력신호의 종류에 따라 변하지 않고 언제나 유일하다.

3.【정답】④

$$v(0) = \lim_{s\to\infty} sV(s) = \lim_{s\to\infty} s \cdot \frac{as+b}{s^2+20s} = a = 10$$

$a = 10$

$$v(\infty) = \lim_{s\to 0} sV(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{as+b}{s^2+20s} = \frac{b}{20} = 2$$

$b = 40$

4.【정답】②

$G(s) = \dfrac{K}{(s+10)(s+10)}$라 하면

$Y = (R - Y - H(Y-N))G + N$

$Y = RG - YG - YGH + NGH + N$

$(1+G+GH)Y = RG + (1+GH)N$

$1 + GH = 0$이면 외란의 영향을 받지 않는다.

$$H = -\frac{1}{G} = -\frac{(s+1)(s+10)}{K}$$

5. **【정답】** ③

$$Y = (R - (p_1 Y + p_2 s Y))\frac{k}{s(s+1)}$$

$$\left(1 + \frac{kp_1}{s(s+1)} + \frac{kp_2}{s+1}\right)Y = \frac{k}{s(s+1)}R$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{\dfrac{k}{s(s+1)}}{1 + \dfrac{kp_1}{s(s+1)} + \dfrac{kp_2}{s+1}} = \frac{k}{s(s+1) + kp_1 + kp_2 s} = \frac{k}{s^2 + (1 + kp_2)s + kp_1}$$

$1 + kp_2 = 2,\ kp_1 = 5$

$kp_2 = 1,\ kp_1 = 5$

$\dfrac{p_1}{p_2} = 5$를 만족하는 것은 ③번뿐이다.

6. **【정답】** ④

① 시스템의 대역폭(bandwidth)는 $\dfrac{1}{2} = 0.5\,[\mathrm{rad/sec}]$이다.

② 시스템의 시정수는 $\tau = 2$초이다.

③ 시스템의 임펄스 응답은 $\dfrac{1}{2s+1} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{s+0.5}$이므로 역변환하면 $0.5e^{-0.5t},\ t \geq 0$이다.

④ 단위 계단 응답은 $\dfrac{1}{s(2s+1)} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{-2}{2s+1} = \dfrac{1}{s} - \dfrac{1}{s+0.5}$이므로 역변환 하면 $1 - e^{-0.5t},\ t \geq 0$이다.

7. **【정답】** ②

$s = -1 \pm j$이므로 시스템의 특성방정식은 $s^2 + 2s + 2 = 0$이다.

$\omega_n^2 = 2$이므로 $\omega_n = \sqrt{2}$이고, $\zeta = \dfrac{2}{2 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$이다.

① 감쇠비 $\zeta = \dfrac{1}{\sqrt{2}} < 1$이므로 단위 계단 응답은 부족감쇠(underdamped) 진동을 한다.

② 고유주파수(natural frequency)는 $\sqrt{2}\ [\mathrm{rad/sec}]$이다.

③ 감쇠비는 $\zeta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$이다.

④ 특성방정식의 근이 좌반평면에 존재하므로 시스템은 안정하다.

8. 【정답】 ③

이득여유에서의 주파수를 ω라 하면

$G(j\omega)=\dfrac{K}{-\omega^2+2j\omega-1}$이므로 $\omega=0$이다. 따라서 $|G(j\omega)|=K$이다.

$20\log\dfrac{1}{|G(j\omega)|}=20$

$|G(j\omega)|=K=\dfrac{1}{10}$

9. 【정답】 ④

④ $G_4(j\omega)=e^{-Tj\omega}=\cos\omega T-j\sin\omega T$

따라서 이득은 $20\log\left|G_4(j\omega)\right|=0$으로 일정하고 위상은 $\angle G_4(j\omega)=-\omega T\,[\mathrm{rad}]$로 선형적으로 감소한다.

10. 【정답】 ①

$$G(s)=\frac{10+\dfrac{6000}{s}}{5+\dfrac{1000}{s}}=\frac{10s+6000}{5s+1000}=\frac{10(s+600)}{5(s+200)}=\frac{6000\left(1+\dfrac{1}{600}s\right)}{1000\left(1+\dfrac{1}{200}s\right)}$$

ω가 매우 작을 때 $|G(j\omega)|=\dfrac{6000}{1000}=6$이므로 $a=6$이다.

ω가 매우 클 때 $|G(j\omega)|=\dfrac{10}{5}=2$이므로 $b=2$이다.

분모의 절점주파수는 200이므로 $p=200$이다.

분자의 절점주파수는 600이므로 $z=600$이다.

11. 【정답】 ③

$kU=(s-3)X_3,\ ku=\dot{x}_3-3x_3,\ \dot{x}_3=3x_3+ku$

$X_3=(s-2)X_2,\ x_3=\dot{x}_2-2x_2,\ \dot{x}_2=2x_2+x_3$

$X_2=(s-1)X_1,\ x_2=\dot{x}_1-x_1,\ \dot{x}_1=x_1+x_2$

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&2&1\\0&0&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\k\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

12. **【정답】** ①

$$Y(s) = X_1(s) = (U(s) + 2X_2(s)) \cdot \frac{1}{s+1}$$

$$(s+1)X_1(s) = U(s) + 2X_2(s)$$

$$\dot{x}_1 + x_1 = u + 2x_2$$

$$X_2(s) = \frac{Y(s)}{s}$$

$$x_1 = y = \dot{x}_2$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = [1\ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C = [1\ 0]$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix},\ CA = [-1\ 2]$$

가제어성 행렬 : $S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 가관측성 행렬 : $V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$\det S = 1,\ \det V = 2$

따라서 가제어(controllable)이고, 가관측(observable)이다.

13. **【정답】** ④

개루프 전달함수가 음의 실수축과 만나지 않으므로 이득여유 $\mathrm{GM} = \infty\ [\mathrm{dB}]$이다.

위상여유에서의 주파수를 ω라 하면

$$G(j\omega) = \frac{\sqrt{6}}{j\omega + \sqrt{3}},\ |G(j\omega)| = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{\omega^2 + 3}} = 1,\ \omega = \sqrt{3}$$

$G(j\omega) = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}(j+1)} = \dfrac{\sqrt{2}}{1+j}$이므로 $\angle G(j\omega) = 0 - 45^\circ = -45^\circ$이다.

따라서 위상여유는 135°이다.

14. 【정답】 ③

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -3 \end{bmatrix} x(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} x(t)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -3 \end{bmatrix} x(t) - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -4-k_2 & -3-k_3 \end{bmatrix} x(t)$$

시스템의 특성방정식은

$$\det(sI - A) = s^2(s+3+k_3) + s(4+k_2) + k_1 = 0$$

$$s^3 + (3+k_3)s^2 + (4+k_2)s + k_1 = 0$$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{lcc} s^3 & 1 & 4+k_2 \\ s^2 & 3+k_3 & k_1 \\ s^1 & \dfrac{(3+k_3)(4+k_2)-k_1}{3+k_3} & \\ s^0 & k_1 & \end{array}$$

$$3+k_3 > 0,\ (3+k_3)(4+k_2)-k_1 > 0,\ k_1 > 0$$

$$k_3 > -3,\ k_1 > 0,\ (k_3+3)(k_2+4)-k_1 > 0$$

15. 【정답】 ①

전달함수 $\dfrac{\dfrac{k(s+1)}{s^2+0.5s}}{1+\dfrac{k(s+1)}{s^2+0.5s}} = \dfrac{k(s+1)}{s^2+0.5s+k(s+1)} = \dfrac{k(s+1)}{s^2+(0.5+k)s+k}$ 이다.

특성방정식 $s^2+(0.5+k)s+k=0$의 한 근이 $-\dfrac{2}{3}$이므로

$$\frac{4}{9} - \frac{2}{3}(0.5+k) + k = 0$$

$$\frac{k}{3} = -\frac{1}{9},\ k = -\frac{1}{3}$$

특성방정식 $s^2 + \dfrac{1}{6}s - \dfrac{1}{3} = \left(s+\dfrac{2}{3}\right)\left(s-\dfrac{1}{2}\right) = 0$이므로 다른 극점은 $s = \dfrac{1}{2}$이다.

16. 【정답】 ④

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2(1+ks)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$Y(s)-R(s)=\left(\frac{\omega_n^2(1+ks)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}-1\right)\frac{1}{s^2}$$

$$\lim_{s\to0} s\,(Y(s)-R(s))=\lim_{s\to0}\frac{\omega_n^2+k\omega_n^2 s-s^2-2\zeta\omega_n s-\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}\cdot\frac{1}{s}$$

$$=\lim_{s\to0}\frac{-s+k\omega_n^2-2\zeta\omega_n}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}=k\omega_n-2\zeta=0$$

$$k=\frac{2\zeta}{\omega_n}$$

17. 【정답】 ①

$$Y(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{s}-\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{s}\cdot e^{-sT}$$

$$Y(s)=\frac{1}{s^2}\left(1-e^{-sT}\right)$$

$$y(t)=t-(t-T)u(t-T)$$

따라서 그래프는 ①번이다.

18. 【정답】 ③

$$Y=((R-G_4Y)G_2+RG_1)G_3$$

$$(1+G_2G_3G_4)Y=RG_3(G_1+G_2)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_3(G_1+G_2)}{1+G_2G_3G_4}$$

19. 【정답】 ②

상태천이 행렬 $\Phi(t)=\mathcal{L}^{-1}((sI-A)^{-1})=\mathcal{L}^{-1}\left(\begin{bmatrix}\frac{s}{s^2+1} & \frac{1}{s^2+1}\\ \frac{-1}{s^2+1} & \frac{s}{s^2+1}\end{bmatrix}\right)$

$$\Phi(t)=\mathcal{L}^{-1}\left(\begin{bmatrix}\frac{s}{s^2+1} & \frac{1}{s^2+1}\\ \frac{-1}{s^2+1} & \frac{s}{s^2+1}\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}\cos(t) & \sin(t)\\ -\sin(t) & \cos(t)\end{bmatrix}$$

20. **【정답】** ②

보기의 상태방정식과 출력방정식의 형태를 살펴보면 위상변수형(가제어성 표준형)으로 표현된 것을 알 수 있다.

$X_1(s) = \frac{1}{s^2+3s+5}U(s)$, $Y(s) = (s+2)X_1(s)$의 두 부분으로 분리시켜 생각해보면

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \dot{x}_1 + 2x_1 = 2x_1 + x_2$$

$$y(t) = [2\ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$