

2010년 국가직 7급 자동제어 고책형 해설

01. ②	02. ①	03. ②	04. ①	05. ④	06. ②	07. ③	08. ①	09. ①	10. ④
11. ②	12. ④	13. ②	14. ①	15. ④	16. ③	17. ③	18. ④	19. ②	20. ③

1. 【정답】 ②

시스템의 특성방정식은

$$\det(sI - A) = s^2 + (K+2)s - K + 1 = 0$$

특성방정식의 계수가 모두 양수이면 안정하므로

$$K+2 > 0, \quad -K+1 > 0$$

공통범위는 $-2 < K < 1$

2. 【정답】 ①

$$C = ((R - K_1 D - C)K_2 + D)G$$

$$(1 + K_2 G)C = RK_2 G + G(1 - K_1 K_2)D$$

$1 - K_1 K_2 = 0$ 이면 용기외란 $D(s)$ 에 대한 영향이 없다.

$$K_1 K_2 = 1$$

3. 【정답】 ②

입력의 라플라스 변환 : $\frac{1}{s+1}$

출력의 라플라스 변환 : $\frac{2}{s} - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+2}$

$$\text{따라서 전달함수는 } \frac{\frac{2}{s} - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+2}}{\frac{1}{s+1}} = \frac{2(s+1)}{s} - 3 + \frac{s+1}{s+2}$$

$$= 2 + \frac{2}{s} - 3 + 1 - \frac{1}{s+2} = \frac{s+4}{s(s+2)}$$

4. 【정답】 ①

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{라 하면 } \dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

양변을 라플라스변환하면

$$sX = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} U$$

$$\begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ -3 & s+1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} U$$

$$X = \begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ -3 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} U = \frac{1}{s^2+5s+7} \begin{bmatrix} s+1 & -1 \\ 3 & s+4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} U = \frac{1}{s^2+5s+7} \begin{bmatrix} s \\ s+7 \end{bmatrix} U$$

$$y = x_1 \text{이므로 } X_1 = \frac{s}{s^2+5s+7} U$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s}{s^2+5s+7}$$

5. 【정답】 ④

$$Y = ((R - YH_1)G_1 - YH_2)G_2$$

$$(1 + G_2H_2 + G_1G_2H_1)Y = RG_1G_2$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2}{1 + G_2H_2 + G_1G_2H_1}$$

6. 【정답】 ②

$$\text{시스템의 전달함수는 } \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{s^2+2s+10}}{1 + \frac{10}{s^2+2s+10}} = \frac{1}{s^2+2s+20}$$

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) \left(1 - \frac{1}{s^2+2s+20} \right)$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{100}{s} \left(1 - \frac{1}{s^2+2s+20} \right) = 100 \times \frac{19}{20} = 95$$

7. 【정답】 ③

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(- \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 20r(t) \right)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} r = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 - k_1 & -k_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} r$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 - k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \text{라 하면 시스템의 특성방정식은 } \det(sI - A) = 0 \text{이다.}$$

$$\det(sI - A) = s(s + k_2) + 5(5 + k_1) = s^2 + k_2s + 25 + 5k_1 = 0$$

$$25 + 5k_1 = \omega_n^2 = 100, \quad k_1 = 15$$

$$2 \cdot 0.5 \cdot 10 = k_2, \quad k_2 = 10$$

8. 【정답】 ①

펄스열은

$$u(t) - u(t-1) + u(t-2) - u(t-3) + \dots \text{로 나타낼 수 있다.}$$

라플라스변환하면

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-s} + \frac{1}{s}e^{-2s} - \frac{1}{s}e^{-3s} + \dots \text{이므로 첫째항 } \frac{1}{s}, \text{ 공비 } -e^{-s} \text{인 무한등비급수이다.}$$

$$\text{공비 } -1 < -e^{-s} < 1 \text{이므로}$$

$$\frac{\frac{1}{s}}{1 - (-e^{-s})} = \frac{1}{s(1 + e^{-s})}$$

9. 【정답】 ①

$$y = x_1, \quad \dot{y} = x_2$$

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = \dot{x}_2 + 3x_2 + 2x_1 = u(t)$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + u(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \text{ 따라서 시스템 행렬 } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

$$\text{상태전이 행렬 } \Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}((sI - A)^{-1}) = \mathcal{L}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \frac{s+3}{s^2+3s+2} & \frac{1}{s^2+3s+2} \\ \frac{-2}{s^2+3s+2} & \frac{s}{s^2+3s+2} \end{bmatrix} \right)$$

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} \\ \frac{-2}{s+1} + \frac{2}{s+2} & \frac{-1}{s+1} + \frac{2}{s+2} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{-2t} & -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

고유값 : $\det(A - \lambda I) = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$
 $(\lambda + 1)(\lambda + 2) = 0, \lambda = -1, -2$

10. 【정답】 ④

폐루프 전달함수는

$$\frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} = \frac{\frac{1 + aTs}{1 + Ts} \cdot \frac{1000}{s(s+10)}}{1 + \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \cdot \frac{1000}{s(s+10)}} = \frac{1000(1 + aTs)}{s(s+10)(1 + Ts) + 1000(1 + aTs)}$$

$s = -10$ 에 위치한 $G_p(s)$ 의 극점을 상쇄하기 위해서는 $1 + aTs = k \cdot (s + 10)$ (k 는 상수)

꼴이 되면 약분되어 사라지므로 $aT = \frac{1}{10}$ 임을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} &= \frac{1000(1 + 0.1s)}{s(s+10)(1 + Ts) + 1000(1 + 0.1s)} = \frac{100(10 + s)}{s(s+10)(1 + Ts) + 100(10 + s)} \\ &= \frac{100}{s(1 + Ts) + 100} = \frac{100}{Ts^2 + s + 100} = \frac{\frac{100}{T}}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{100}{T}} \end{aligned}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{100}{T}}, \quad 2\zeta\omega_n = 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{100}{T}} = \frac{1}{T}$$

$$\frac{100}{T} = \frac{1}{4T^2}, \quad 400T^2 - T = 0, \quad 400T \left(T - \frac{1}{400} \right) = 0$$

$$T = \frac{1}{400}, \quad a = \frac{1}{10T} = 40$$

11. 【정답】 ②

② 라플라스 변환이 가능한 두 함수의 시간영역에서의 합성적분(Convolution integral)을 라플라스 변환하면 각 함수의 라플라스 변환의 곱의 형태로 나타난다.

12. 【정답】 ④

④ 생물학적 제어시스템은 궤환(Feedback)가 존재하는 폐루프(Closed Loop) 시스템이다.

13. 【정답】 ②

대역폭(bandwidth)는 $\frac{1}{3}$ 이다.

14. 【정답】 ①

입력 $r=0$ 일 때 $\frac{Y(s)}{D(s)}$ 를 구하는 것이므로

$$Y = \left(-YB \cdot \frac{1}{A} + D \right) \frac{N}{M}$$

$$\left(1 + \frac{BN}{AM} \right) Y = \frac{N}{M} D$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{\frac{N}{M}}{1 + \frac{BN}{AM}} = \frac{AN}{AM + BN}$$

15. 【정답】 ④

① $\omega_n = \sqrt{12}$, $\zeta = \frac{7}{2\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{49}{48}} > 1$ 이므로 과잉감쇠 응답(Overdamped response)을 갖는다.

② $\omega_n = 2$, $\zeta = \frac{3}{4} < 1$ 이므로 부족감쇠 응답(Underdamped response)을 갖는다.

③ $\zeta = 0$ 이므로 무감쇠 응답(Undamped response)을 갖는다.

④ $\omega_n = \sqrt{3}$, $\zeta = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$ 이므로 부족감쇠 응답(Underdamped response)을 갖는다.

16. 【정답】 ③

$$\text{정상상태 이득 } |G(j\omega)| = \left| \frac{10}{(j5)^2 + 4 \cdot j5 + 25} \right| = \left| \frac{10}{20j} \right| = \frac{1}{2} = 0.5$$

17. 【정답】 ③

이득여유를 찾기 위해 위상 $\angle G(j\omega) = -180^\circ$ 일 때의 위상교차주파수를 찾으면 $\omega = 10 \text{ rad/sec}$ 이다. $\omega = 10 \text{ rad/sec}$ 일 때 $20\log|G(j\omega)| = -22 \text{ dB}$ 이므로 이득여유

$$\text{GM} = 20\log \frac{1}{|G(j\omega)|} = 22 \text{ dB} \text{이다.}$$

위상여유를 찾기 위해 이득 $20\log|G(j\omega)| = 0$, $|G(j\omega)| = 1$ 일 때의 이득교차주파수를 찾으면 $\omega = 2 \text{ rad/sec}$ 이다. $\omega = 10 \text{ rad/sec}$ 일 때 $\angle G(j\omega) = -65^\circ$ 이므로 위상여유 $\text{PM} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ 이다.

18. 【정답】 ④

$\omega = 0.1$ 일 때 $20\log|G(j\omega)| = 40$ 이므로 $0.1 \leq \omega \leq 1$ 에서 $G(s) = \frac{10}{s}$ 이다.

$\omega = 1$ 일 때 기울기가 0이 되므로 $1+s$ 이 전달함수의 분자에 들어간다.

$\omega = 5$ 일 때 기울기가 -20 이 되므로 $1 + \frac{s}{5}$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$\omega = 50$ 일 때 기울기가 -40 이 되므로 $1 + \frac{s}{50}$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$$G(s) = \frac{10(1+s)}{s\left(1+\frac{s}{5}\right)\left(1+\frac{s}{50}\right)} = \frac{2500(s+1)}{s(s+5)(s+50)}$$

19. 【정답】 ②

$$AB = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad CA = [0 \ c_1 + c_2]$$

$$\text{가제어성 행렬} : S = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_2 \end{bmatrix}, \quad \text{가관측성 행렬} : V = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ 0 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}$$

$$\det S = b_1 b_2 - b_2^2 \neq 0, \quad \det V = c_1(c_1 + c_2) \neq 0$$

따라서 $b_2 \neq 0$ 이고, $b_1 \neq b_2$, $c_1 \neq 0$ 이고 $c_1 \neq -c_2$ 이다.

20. 【정답】 ③

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{cccc} s^4 & 1 & 2 & 3 \\ s^3 & 2 & 1 & \\ s^2 & \frac{3}{2} & 3 & \\ s^1 & -3 & & \\ s^0 & 3 & & \end{array}$$

부호변화의 횟수가 2번이므로 특성방정식의 우반평면에 존재하는(양의 실수부를 갖는) 근의 개수는 2개다.