2008년 국가직 7급 자동제어 봉책형 해설

01. ③	02. ①	03. ①	04. ④	05. ③	06. ④	07. ②	08. ③	09. ②	10. ①
11. ③	12. ③	13. ④	14. ②	15. ④	16. ②	17. ③	18. ①	19. ①	20. ②

1. **【정답】** ③

③ 피드백 제어가 제어시스템의 안정성을 보장하는 것은 아니다.

2. **【정답】** ①

① $f(px_1+qx_2)=a(px_1+qx_2)+b=apx_1+aqx_2+b\neq pf(x_1)+qf(x_2)$이므로

$f(x)=ax+b$는 선형시스템이 아니다.

3. **【정답】** ①

안쪽 피드백 시스템을 간단히 하면 $\dfrac{G_3}{1-G_3H_1}$

$$\frac{G_1G_2\dfrac{G_3}{1-G_3H_1}G_4}{1+G_1G_2\dfrac{G_3}{1-G_3H_1}G_4H_1}=\frac{G_1G_2G_3G_4}{1-G_3H_1+G_1G_2G_3G_4H_1}$$

4. **【정답】** ④

④ 미분과 적분 제어요소들은 제어시스템의 위상에 영향을 준다.

5. **【정답】** ③

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&2\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}X_1\\X_2\end{bmatrix}=\frac{1}{s^2-3s}\begin{bmatrix}s-1&2\\1&s-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_1\\U_2\end{bmatrix}$$

$$Y_1=X_1=\frac{(s-1)U_1+2U_2}{s^2-3s},\quad Y_2=X_2=\frac{U_1+(s-2)U_2}{s^2-3s}$$

$$\frac{Y_1}{U_1}=\frac{s-1}{s^2-3s},\quad \frac{Y_1}{U_2}=\frac{2}{s^2-3s},\quad \frac{Y_2}{U_1}=\frac{1}{s^2-3s},\quad \frac{Y_2}{U_2}=\frac{s-2}{s^2-3s}$$

6. **【정답】** ④

$$Y(s)=\left(\frac{2}{s}+\frac{1}{s^2}\right)\frac{1}{s}=\frac{2}{s^2}+\frac{1}{s^3}$$

역변환하면 $y(t)=2t^2+\dfrac{1}{2}t^2$

7. **【정답】** ②

$\frac{1}{s}$ 입력에 대한 정상상태 오차 : $e(\infty)=\frac{1}{1+\lim_{s\to 0} G(s)}=\frac{1}{1+\infty}=0$

$\frac{2}{s^2}$ 입력에 대한 정상상태 오차 : $e(\infty)=\frac{2}{\lim_{s\to 0} sG(s)}=\frac{2}{\infty}=0$

$\frac{4}{s^3}$ 입력에 대한 정상상태 오차 : $e(\infty)=\frac{4}{\lim_{s\to 0} s^2G(s)}=\frac{4}{\frac{5}{10}}=8$

따라서 정상상태 오차는 $0+0+8=8$

8. **【정답】** ③

① 이득선도에서 $\omega=0.1$일 때의 이득은

$|G(j\omega)|=\frac{|K|}{0.1\sqrt{1+0.1^2}\sqrt{4^2+0.1^2}}\fallingdotseq 2.49|K|$ 이므로 $20\log 2.49|K|$ 이다.

② $1\le\omega\le 4$인 주파수역에서 이득선도의 점근선 기울기는 $-40\,\mathrm{dB/decade}$이다.

③ $\omega\ge 4$인 주파수역에서 이득선도의 점근선 기울기는 $-60\,\mathrm{dB/decade}$이다.

④ $\angle G(j\omega)=\angle K-\angle(j\omega)-\angle(1+j\omega)-\angle(4+j\omega)$이므로 주파수 ω가 ∞로 접근함에 따라 $\angle G(j\omega)=0^\circ-90^\circ-90^\circ-90^\circ=-270^\circ$에 수렴한다.

9. **【정답】** ②

페루프 전달함수 $\frac{\frac{K(Ts+1)}{Js^2}}{1+\frac{K(Ts+1)}{Js^2}}=\frac{K(Ts+1)}{Js^2+KTs+K}=\frac{\frac{K}{J}(Ts+1)}{s^2+\frac{KT}{J}s+\frac{K}{J}}$

$2\zeta\omega_n=2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{KT}{J}$

$\frac{2}{9}T=\frac{2}{3}$, $T=3$

10. **【정답】** ①

① 피크시간(peak time) $t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$이므로 ω_n이 일정할 경우 ζ가 작을수록 피크시간이 작아진다.

② $\zeta\omega_n$의 값이 클수록 정착시간은 작아진다.

③ 감쇠비가 클수록 최대 오버슈트는 작아진다.

④ 최대오버슈트는 ζ에만 영향을 받는다.

11. **【정답】** ③

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 5\\ -6 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\left(-\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+r(t)\right)$$

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 5\\ -6 & 0\end{bmatrix}x-\begin{bmatrix}0 & 0\\ k_1 & k_2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r=\begin{bmatrix}-1 & 5\\ -6-k_1 & -k_2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r$$

$A=\begin{bmatrix}-1 & 5\\ -6-k_1 & -k_2\end{bmatrix}$라 하면 시스템의 특성방정식은 $\det(sI-A)=0$이다.

$$\det(sI-A)=(s+1)(s+k_2)+5(6+k_1)=s^2+(k_2+1)s+k_2+30+5k_1=0$$

$$k_2+30+5k_1=\omega_n^2=100$$

$$5k_1+k_2=70$$

12. **【정답】** ③

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

s^2	1	$5-K$
s^1	$K-2$	
s^0	$5-K$	

$K-2>0,\ 5-K>0$

$2<K<5$인 범위에 대해 안정하므로

K가 0에서 ∞로 증가할 때 '불안정 → 안정 → 불안정' 순서로 안정도가 변화한다.

13. **【정답】** ④

$$R(s)=\frac{1}{s^2},\ e(\infty)=\lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G(s)}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0}sG(s)}=\frac{1}{\frac{b}{a}}=\frac{a}{b}=0.05$$

$$a=0.05b$$

폐루프 전달함수 $\dfrac{\dfrac{b}{s(s+a)}}{1+\dfrac{b}{s(s+a)}}=\dfrac{b}{s^2+as+b},\ 2\zeta\omega_n=2\omega_n=a,\ \omega_n^2=b$이므로

$$2\omega_n=0.05\omega_n^2,\ \omega_n=\frac{2}{0.05}=40$$

14. 【정답】 ②

최적제어이론에서

시스템 : $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$

평가함수 : $J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt$

상태피드백 제어입력 : $u(t) = -Gx(t)$, 여기서 $G = R^{-1}B^TK$

K는 양의 반한정 대칭행렬로서 제어대수 리카티 방정식의 유일한 해이다.

$KA + A^TK + Q - KBR^{-1}B^TK = 0$

리카티 방정식 : $k \cdot 1 + 1 \cdot k + 1 - k \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot k = 0$

$k^2 - 2k - 1 = 0,\ k = 1 \pm \sqrt{2}$

$g = 1 \cdot 1 \cdot (1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} + 1$

따라서 상태피드백 제어입력 $u^*(t) = -(\sqrt{2}+1)x(t)$

15. 【정답】 ④

시정수가 T일 때 절점주파수 $\frac{1}{T}$이므로 시정수가 가장 작은 ④번이 응답속도가 가장 빠르다.

16. 【정답】 ②

① 가제어성 행렬 : $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$, 가관측성 행렬 : $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

② 가제어성 행렬 : $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, 가관측성 행렬 : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

③ 가제어성 행렬 : $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, 가관측성 행렬 : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

④ 가제어성 행렬 : $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, 가관측성 행렬 : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

17. 【정답】 ③

$$E(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + K\left(2 + \frac{1}{s}\right)\frac{1}{s-4}} = \frac{s-4}{s(s-4) + K(2s+1)} = \frac{s-4}{s^2 + (2K-4)s + K}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s(s-4)}{s^2 + (2K-4)s + K} = 0$$

정상상태오차가 0이 되기 위해서는 특성방정식의 계수가 모두 양수가 되어야 한다.

$2K - 4 > 0,\ K > 0$

$K > 2$이므로 보기중 만족하는 것은 ③번뿐이다.

18. 【정답】 ①

$$\frac{dx(t)}{dt}=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ -2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)$$

$$\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s+4 & -1\\ 2 & s+1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}U(s)=\frac{1}{s^2+5s+6}\begin{bmatrix}s+1 & 1\\ -2 & s+4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}U(s)$$

$$\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix}=\frac{1}{(s+2)(s+3)}\begin{bmatrix}1\\ s+4\end{bmatrix}U(s)$$

$$X_1=\frac{1}{s(s+2)(s+3)},\ X_2=\frac{s+4}{s(s+2)(s+3)}$$

$$X_1=\frac{1}{s}\left(\frac{1}{s+2}-\frac{1}{s+3}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+3}\right)$$

$$X_1=\frac{1}{6}\frac{1}{s}-\frac{1}{2}\frac{1}{s+2}+\frac{1}{3}\frac{1}{s+3}$$

$$x_1(t)=\frac{1}{6}-\frac{1}{2}e^{-2t}+\frac{1}{3}e^{-3t}$$

$X_2=(s+4)X_1$이므로 역변환하면 $x_2=\dot{x}_1+4x_1$

$$x_2(t)=e^{-2t}-e^{-3t}+4\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{2}e^{-2t}+\frac{1}{3}e^{-3t}\right)=\frac{2}{3}-e^{-t}+\frac{1}{3}e^{-3t}$$

19. 【정답】 ①

① 폐루프 전달함수의 특성방정식은 $s(s-1)(s+a)+K(s+1)=0$

$s^3+(a-1)s^2+(K-a)s+K=0$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{lll} s^3 & 1 & K-a \\ s^2 & a-1 & K \\ s^1 & \dfrac{(a-1)(K-a)-K}{a-1} & \\ s^0 & K & \end{array}$$

$a-1>0,\ (a-1)(K-a)-K>0,\ K>0$

$a>1,\ (a-2)K-a(a-1)>0,\ K>0$

$1<a<2$일 때, $K<\dfrac{a(a-1)}{a-2}$이고 $K>0$을 만족하는 제어이득 K는 존재하지 않는다.

② $a=3$일 때 $K>\dfrac{a(a-1)}{a-2}$이면 폐루프 제어시스템은 안정하다.

③ 근궤적을 그려보면 하나의 근은 $-a$에서 -1로 이동하고 나머지 두 개의 근은 실수축과

의 교점이 $1-\dfrac{a}{2}$인 90° 점근선으로 접근한다.

따라서 $\dfrac{p}{s-\left(1-\dfrac{a}{2}\right)+j\omega}+\dfrac{q}{s-\left(1-\dfrac{a}{2}\right)-j\omega}$로 근사할 수 있다. 두 1차시스템의 시

정수는 $\dfrac{1}{1-\dfrac{a}{2}}=\dfrac{2}{2-a}$이고, 실제 지배극점의 실수부는 $1-\dfrac{a}{2}$보다 크므로 시정수 또

한 $\dfrac{2}{a-2}$보다 크다.

④ 페루프 전달함수의 특성방정식은

$s^3+(a-1)s^2+(7-a)s+7=0$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{lcc} s^3 & 1 & 7-a \\ s^2 & a-1 & 7 \\ s^1 & \dfrac{(a-1)(7-a)-7}{a-1} & \\ s^0 & 7 & \end{array}$$

$a-1>0,\ (a-1)(7-a)-7>0$

$a>1,\ -a^2+8a-14>0,\ 4-\sqrt{2}<a<4+\sqrt{2}$

따라서 $K=7$일 때 $4-\sqrt{2}<a<4+\sqrt{2}$인 a에 대해서만 안정하다.

정답은 ①, ④번입니다. 출제오류 문제이지만 정답이 고쳐지지 않았습니다.

20. **【정답】** ②

$$K(z)=\frac{1}{\dfrac{z-1}{T}+1}=\frac{T}{z-1+T}=\frac{T}{(T-1)+z}=\frac{U(z)}{E(z)}$$

$(T-1)U(z)+zU(z)=TE(z)$

$(T-1)z^{-1}U(z)+U(z)=Tz^{-1}E(z)$

$(T-1)u(k-1)+u(k)=Te(k-1)$

$u(k)=(1-T)u(k-1)+Te(k-1)$