

2007년 국가직 7급 자동제어 공책형 해설

01. ④	02. ①	03. ②	04. ③	05. ②	06. ③	07. ④	08. ④	09. ①	10. ①
11. ②	12. ②	13. ③	14. ④	15. ②	16. ④	17. ①	18. ③	19. ④	20. ③

1. 【정답】 ④

$$G(j\omega) = \frac{ab}{j\omega(j\omega + a)(j\omega + b)} = \frac{ab}{j\omega(-\omega^2 + ab + (a+b)j\omega)} = \frac{ab}{-(a+b)\omega^2 + (-\omega^2 + ab)j\omega}$$

$$\omega = \sqrt{ab} \text{ 이다. } |G(j\omega)| = \frac{1}{a+b}$$

$$\text{이득여유} : 20\log \frac{1}{|G(j\omega)|} = 20\log(a+b)$$

2. 【정답】 ①

$$GM = 20\log \frac{1}{\left| -\frac{1}{4} \right|} = 20\log 4$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}, \theta = 60^\circ$$

따라서 PM = 60°

3. 【정답】 ②

$$\text{개루프 전달함수} = \frac{K(0.1s+1)}{s^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{K(0.1j\omega+1)}{-\omega^2} = -\frac{K}{\omega^2} - \frac{0.1K}{\omega}j$$

이득교차주파수에서 실수부의 크기와 허수부의 크기가 같으므로 $\frac{K}{\omega^2} = \frac{0.1K}{\omega}, \omega = 10$

$$\text{또한 } |G(j\omega)| = 1 \text{ 이므로 } \sqrt{\frac{K^2}{10^4} + \frac{K^2}{10^4}} = 1, K = \sqrt{5000} = \frac{100}{\sqrt{2}}$$

4. 【정답】 ③

$$\text{가제어성행렬} : S = \begin{bmatrix} b_1 & b_1 + b_2 \\ b_2 & b_2 \end{bmatrix}, \det S = b_2^2 \neq 0 \text{ 이어야 하므로 } b_2 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{가관측성행렬} : V = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}, \det V = c_1^2 \neq 0 \text{ 이어야 하므로 } c_1 \neq 0 \text{ 이다.}$$

5. 【정답】 ②

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2}, \quad s^2 Y(s) = U(s)$$

$$\text{역변환하면 } \ddot{y}(t) = \dot{x}_2(t) = u(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$u(t) = - \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(- \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

특성방정식 $\det(sI - A) = 0$ 이므로

$$s^2 + 3s + 2 = (s + 1)(s + 2) = 0$$

$$s = -2, -1$$

6. 【정답】 ③

③ 연속시간시스템이 안정하다고 해서 변환된 이산시간시스템이 안정한 것은 아니다.

7. 【정답】 ④

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s^1 & \frac{a_1 a_2 - a_3}{a_1} & \\ s^0 & a_3 & \end{array}$$

$$a_1 > 0, \quad \frac{a_1 a_2 - a_3}{a_1} > 0, \quad a_3 > 0$$

$$a_1 > 0, \quad a_2 > \frac{a_3}{a_1}, \quad a_3 > 0$$

8. 【정답】 ④

ㄴ. $N=0$ 이지만 우반평면에 있는 개루프 극점의 수(P)를 알 수 없으므로 안정도를 판별할 수 없다.

ㄹ. $Z=P-N$ 에서 안정하기 위해서는 $Z=0$ 이어야 한다. 컨투어가 임계점을 반시계 방향으로 한바퀴 돈다면 $N=1$ 이므로 $Z=0$ 이 되기 위해서는 $P=1$ 이어야 한다. 그러나 주어진 정보만으로는 $P=1$ 인지 알 수 없다.

※ 나이키스트 선도를 이용한 안정도 판별법

Z : 우반면에 있는 폐루프 극점의 수

P : 우반면에 있는 개루프 극점의 수

N : 사상된 경로가 -1 을 반시계방향으로 둘러싸는 회전수

$Z=P-N=0$ 이면 안정하다.

③ $P=0$ 이고 $N=0$ 이므로 $Z=0$ 이다. 따라서 시스템은 안정화 될 수 있다.

④ $P \neq 0$ 이고 $N=0$ 이므로 $Z \neq 0$ 이다. 따라서 시스템은 안정화 될 수 없다.

9. 【정답】 ①

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)}$$

$$R(s) = \frac{1}{s}, \quad e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)} = \frac{1}{1+\lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{1+\frac{K}{6}} = 0.5$$

$$K=6$$

10. 【정답】 ①

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(-[k_1 \ k_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + r(t) \right)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \text{라 하면 시스템의 특성방정식은 } \det(sI - A) = 0 \text{이다.}$$

$$\det(sI - A) = s(s + k_2) + k_1 = s^2 + k_2s + k_1 = 0$$

$$s = -1 + j \text{에서 } s^2 + 2s + 2 = 0 \text{이므로 } k_2 = 2, \ k_1 = 2$$

11. 【정답】 ②

$$\text{단위계단응답} : \frac{K}{s(\tau s + 1)}$$

$$\text{최종값 정리} : y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{\tau s + 1} = K = 2$$

$$\text{임펄스응답} : \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$\text{초기값 정리} : y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{Ks}{\tau s + 1} = \frac{K}{\tau} \cdot y(0) = \frac{K}{\tau} = \frac{2}{\tau} = 6, \tau = \frac{1}{3}$$

12. 【정답】 ②

② 시변 제어 시스템(time-varying control system)은 제어 시스템의 계수 값들이 시간에 따라 변화하는 시스템이다.

13. 【정답】 ③

$$C = \left(\left(R - \frac{C}{G_2} \right) G_1 - C \right) G_2$$

$$(1 + G_1 + G_2)C = RG_1G_2$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1G_2}{1 + G_1 + G_2}$$

14. 【정답】 ④

주어진 식을 라플라스 변환하면

$$(s^3 + 10s^2 + 31s + 30)C = 30(s + 1)R$$

$$\frac{C}{R} = \frac{30(s + 1)}{s^3 + 10s^2 + 31s + 30} = \frac{-20}{s + 5} - \frac{10}{s + 2} + \frac{30}{s + 3}$$

따라서 대각표준형은

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

$$c(t) = [-20 \ -10 \ 30]x(t)$$

15. 【정답】 ②

주어진 함수가 합성곱(Convolution)의 형태를 가지고 있으므로 $f(t)$ 의 라플라스 변환은 e^{-2t} 와 t^2 의 라플라스 변환의 곱이 된다.

$$\frac{1}{s + 2} \cdot \frac{2}{s^3} = \frac{2}{s^3(s + 2)}$$

16. 【정답】 ④

폐루프 전달함수 $T(s) = \frac{G}{1+G} = \frac{Ks+b}{s^2+as+b}$ 이므로 $G(s) = \frac{Ks+b}{s(s+a-K)}$ 이다.

$$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{1}{\frac{b}{a-K}} = \frac{a-K}{b}$$

다른 풀이

입력 $\frac{1}{s^2}$, 출력 $\frac{Ks+b}{s^2(s^2+as+b)}$ 이므로 정상상태 오차

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{1}{s^2} - \frac{Ks+b}{s^2(s^2+as+b)} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \times \frac{s^2+(a-K)s}{s^2+as+b} = \frac{a-K}{b}$$

17. 【정답】 ①

$$C = \left(-CK + \frac{1}{s} \right) \frac{1}{s(s+2)}$$

$$\left(1 + \frac{K}{s(s+2)} \right) C = \frac{1}{s^2(s+2)}$$

$$C = \frac{\frac{1}{s^2(s+2)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)}} = \frac{1}{s^2(s+2) + Ks}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s(s+2) + K} = \frac{1}{K}$$

18. 【정답】 ③

최대초과(maximum over-shoot)가 가장 크려면 감쇠비($\zeta = \cos\theta$)가 작고, 상승시간(rising time)이 빠르려면 고유진동수가 커야 한다. 따라서 C가 된다.

19. 【정답】 ④

① 정상상태출력 $\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{4}{s^2+4s+4} = 1$ 이므로 정상상태 오차는 $1-1=0$ 이다.

② $\omega_n = 2$ 이고 $\zeta = 1$ 이므로 단위계단 응답은 임계감쇠(critical damping)이다.

③ 임펄스응답은 $\frac{4}{(s+2)^2} = 4te^{-2t}$ 이다.

④ 감쇠비 $\zeta = 1$ 이므로 단위 계단 응답에는 오버슈트(over-shoot)가 없다.

20. 【정답】 ③

절점주파수는 $\frac{1}{2} = 0.5$ [rad/sec]

절점주파수에서의 이득은 $|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로

$$20\log|G(j\omega)| = 20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = -10\log 2 \approx -10 \times 0.3 = -3 \text{ [dB]}$$