

2012년 시행 5급(기술) 공채 제2차시험 동역학 해설

제 1 문

블록 A와 B, 스프링으로 구성된 시스템에 외력이 작용하지 않으므로 운동량은 보존된다.

$$0 = 20v_A + 30v_B$$

마찰이 없으므로 역학적 에너지 또한 보존된다.

$$\frac{1}{2} \times 90 \times 1^2 = \frac{1}{2} \times 20v_A^2 + \frac{1}{2} \times 30v_B^2, \quad 20v_A^2 + 30v_B^2 = 90$$

두 식을 연립하면

$$v_B = -\sqrt{\frac{90}{20 \cdot 1.5^2 + 30}} = -1.09545 \text{ m/s}$$

$$v_A = -1.5v_B = 1.64317 \text{ m/s}$$

제 2 문

1)

블록 A에 작용하는 가속도 $a = \frac{F}{m_A} = \frac{-\mu m_A g}{m_A} = -\mu g$ 이다.

블록 A와 B가 충돌을 일으키기 위해서는 블록 A가 d 만큼 이동하였을 때 속도 $v_A' > 0$ 이어야 한다.

$$2 \cdot (-\mu g) \cdot d = v_A'^2 - v_A^2$$

$$v_A' = \sqrt{v_A^2 - 2\mu dg} > 0$$

따라서 충돌을 일으키기 위한 조건 $v_A^2 > 2\mu dg$, $v_A > \sqrt{2\mu dg}$ 이다.

충돌까지 걸리는 시간을 t_0 라 하면

$$d = v_A t_0 - \frac{1}{2}(\mu g)t_0^2$$

$$\mu g t_0^2 - 2v_A t_0 + 2d = 0, \text{ 이차방정식을 풀면 } t_0 = \frac{v_A \pm \sqrt{v_A^2 - 2\mu dg}}{\mu g}$$

$$v_A(t_0) = v_A - \mu g t_0 > 0 \text{ 이어야 하므로 } t_0 = \frac{v_A - \sqrt{v_A^2 - 2\mu dg}}{\mu g} \text{ 이다.}$$

2)

충돌 전 블록 A의 속도 $v_A' = \sqrt{v_A^2 - 2\mu dg}$ 이므로 운동량 보존법칙을 적용하면

$$m_A v_A' = m_A v_A'' + m_B v_B''$$

반발계수 $e = \frac{v_B'' - v_A''}{v_A'}$ 이므로 $v_B'' = e v_A' + v_A''$ 를 위식에 대입하면

$$m_A v_A' = m_A v_A'' + m_B (e v_A' + v_A'')$$

$$v_A'' = \frac{m_A - e m_B}{m_A + m_B} v_A' \text{ 이므로 } m_A - e m_B < 0 \text{ 이면 } v_A'' < 0 \text{ 이다.}$$

$$\frac{m_A}{m_B} < e$$

3)

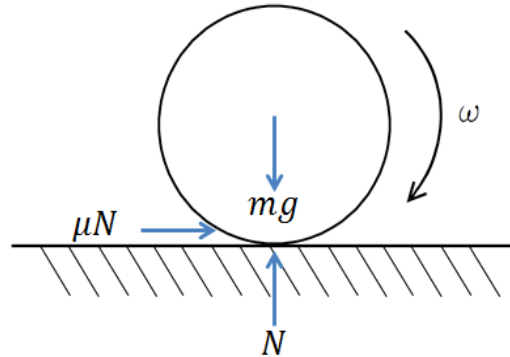
충돌 후 블록 A, B는 마찰력에 의해 운동에너지가 0이 될 때까지 움직인다.

$$\mu m_A g d_A = \frac{1}{2} m_A v_A''^2, \quad d_A = \frac{v_A''^2}{2\mu g}$$

$$\mu m_B g d_B = \frac{1}{2} m_B v_B''^2, \quad d_B = \frac{v_B''^2}{2\mu g}$$

$$\text{블록 A, B사이의 거리는 } d_A + d_B = \frac{1}{2\mu g} (v_A''^2 + v_B''^2)$$

제 3 문



1)

$$ma = \mu mg$$

$$-\mu mg \cdot r = I_G \alpha, \quad I_G = \frac{2}{5}mr^2$$

$$ma = \mu mg \text{에서 } a = \mu g \text{이므로 } v(t) = \mu gt$$

$$-\mu mg \cdot r = I_G \alpha \text{에서 } \alpha = -\frac{5\mu g}{2r} \text{이므로 } \omega(t) = \omega - \frac{5\mu g}{2r}t$$

구가 미끄러짐 없이 구르기 시작하는 순간을 t_0 라 하면

$$\text{구름운동의 적합조건 } v(t_0) = r \cdot \omega(t_0) \text{에서 } \mu gt_0 = r\left(\omega - \frac{5\mu g}{2r}t_0\right) \text{이므로}$$

$$t_0 = \frac{2r\omega_0}{7\mu g}, \text{ 이 때 각속도 } \omega' = \omega(t_0) = \omega - \frac{5}{7}\omega = \frac{2}{7}\omega$$

2)

$$1) \text{에서 } t_0 = \frac{2r\omega_0}{7\mu g} \text{이다.}$$

3)

$$\text{처음 당구공의 운동에너지 : } \frac{1}{2}I_G\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}mr^2\omega^2 = \frac{1}{5}mr^2\omega^2$$

구르기 시작하는 시점에서 당구공의 운동에너지 :

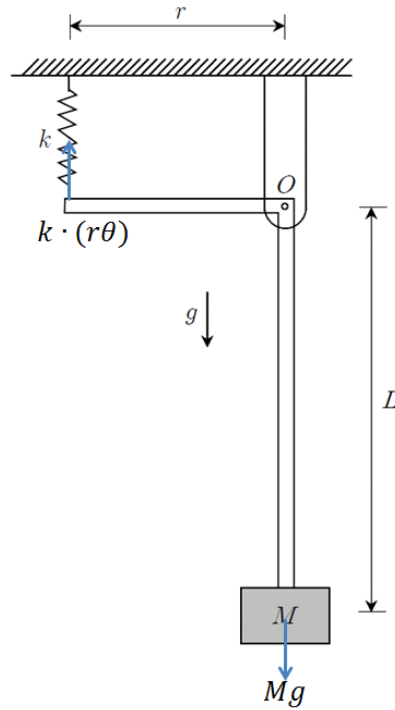
$$\frac{1}{2}I_G\omega'^2 + \frac{1}{2}m(r\omega')^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}mr^2 \times \left(\frac{2}{7}\omega\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{2}{7}r\omega\right)^2 = \frac{2}{35}mr^2\omega^2$$

$$\text{따라서 에너지 손실은 } \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{35}\right)mr^2\omega^2 = \frac{1}{7}mr^2\omega^2$$

제 4 문

1)

미소 각 θ 만큼 각운동 할 때 시스템에 작용하는 힘은 다음과 같다.



2)

$$\ddot{\theta} = -Mg \sin \theta \cdot L - kr\theta \cdot r \cos \theta$$

미소 각에 대하여 $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ 이고, 봉의 질량을 무시하면 $I = ML^2$ 이므로

$$ML^2 \ddot{\theta} = -MgL\theta - kr^2\theta$$

$$ML^2 \ddot{\theta} + (MgL + kr^2)\theta = 0$$

$$\text{운동방정식 : } \ddot{\theta} + \left(\frac{g}{L} + \frac{kr^2}{ML^2} \right) \theta = 0$$

$$\text{고유진동수 : } \omega_n = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{kr^2}{ML^2}}$$