2011년도 5급(기술) 공무원 공채 제2차시험 동역학 해설

제 1 문

1)

$$I_A = \frac{1}{12}\times m \times l^2 + m \times \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

$mg\frac{l}{2}\cos\theta = I_A\alpha$에서

$$\alpha = \frac{mg\frac{l}{2}\cos\theta}{\frac{1}{3}ml^2} = \frac{3g\cos\theta}{2l} = \frac{3\cdot 9.81\cdot \cos 45^\circ}{2\cdot 2} = 5.20254\,\mathrm{rad/s^2}$$

2)

에너지보존에 의해

$$\frac{1}{2}I_A\omega_0^2 + mg\frac{l}{2}\sin\theta = \frac{1}{2}I_A\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{mgl\sin\theta}{I_A}} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{3g\sin\theta}{l}} = \sqrt{2^2 + \frac{3\cdot 9.81\cdot \sin 45^\circ}{2}} = 3.7954\,\mathrm{rad/s}$$

3)

$ma_t = mr\alpha = 3\times 1\times 5.20254 = 15.6076\,\mathrm{N}$, xy평면에서 벡터로 표시하면

$(-15.6076\cos 45^\circ,\ -15.6076\sin 45^\circ) = (-11.0363,\ -11.0363)$

$ma_n = mr\omega^2 = 3\times 1\times 3.7954^2 = 43.2152\,\mathrm{N}$, xy평면에서 벡터로 표시하면

$(-43.2152\cos 45^\circ,\ 43.2152\sin 45^\circ) = (-30.5578,\ 30.5578)$

$\overrightarrow{ma_t} + \overrightarrow{ma_n} = (-41.594,\ 19.5215)$

핀 A에서의 반력벡터를 (F_x, F_y)로 나타내면

$(F_x, F_y) + (0,\ -3\times 9.81) = (-41.594,\ 19.5215)$

$(F_x, F_y) = (-41.594,\ 48.9515)$

따라서 크기는 $\sqrt{41.594^2 + 48.9515^2} = 64.2364\,\mathrm{N}$, 수평면과 이루는 각도는

$$\theta = \tan^{-1}\frac{48.9515}{41.594} = 49.6455^\circ$$

제 2 문

1)

원판 중심의 속도는 $v = r\dot{\theta}(t)$이므로 병진운동에너지는 $\frac{1}{2}m\left(r\dot{\theta}(t)\right)^2$이다.

원판의 회전운동에너지는 $\frac{1}{2}I_G\left(\dot{\theta}(t)\right)^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mr^2\left(\dot{\theta}(t)\right)^2 = \frac{1}{4}m\left(r\dot{\theta}(t)\right)^2$이다.

따라서 계의 운동에너지는 $\frac{1}{2}m\left(r\dot{\theta}(t)\right)^2 + \frac{1}{4}m\left(r\dot{\theta}(t)\right)^2 = \frac{3}{4}m\left(r\dot{\theta}(t)\right)^2$

스프링이 연결되어있는 지점은 평형상태로부터 $r\cdot\theta(t) + a\cdot\theta(t) = (r+a)\theta(t)$만큼 벗어난 점이다. 따라서 계의 위치에너지는 $\frac{1}{2}k((r+a)\theta(t))^2\times 2 = k(r+a)^2(\theta(t))^2$

2)

에너지 보존법칙에 의해 '운동에너지 + 위치에너지 = 일정' 이므로

$$\frac{3}{4}m\left(r\dot{\theta}(t)\right)^2 + k(r+a)^2(\theta(t))^2 = C$$

시간에 관하여 미분하면

$$\frac{3}{2}mr^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + 2k(r+a)^2\theta\dot{\theta} = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{2k(r+a)^2}{\frac{3}{2}mr^2}\theta = 0,\ \ddot{\theta}(t) + \frac{4k(r+a)^2}{3mr^2}\theta(t) = 0$$

3)

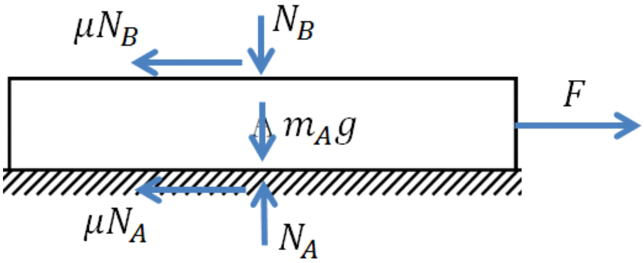
계의 고유진동수 $\omega_n = \sqrt{\frac{4k(r+a)^2}{3mr^2}} = \frac{2(r+a)}{r}\sqrt{\frac{k}{3m}}$ 이므로

$\omega_n = \frac{2\times 0.5}{0.3}\sqrt{\frac{27}{3\times 1}} = 10\,\mathrm{rad/s}$이다.

헤르츠(Hz)단위로 나타내면 $\omega_n = \frac{10}{2\pi} = 1.59155\,\mathrm{Hz}$

제 3 문

1)



힘 F가 상자 A에 작용하는 최대정지마찰력보다 크면 상자 A는 바닥면에서 미끄러진다.

수직항력 $N_A = m_A g + N_B = (m_A + m_B)g$

상자 A에 작용하는 최대정지마찰력은

$\mu_s N_A + \mu_s N_B = \mu_s (m_A + m_B)g + \mu_s m_B g = 0.3 \times 30 \times 9.81 + 0.3 \times 10 \times 9.81 = 117.72\,\mathrm{N}$

$117.72\,\mathrm{N} < 200\mathrm{N} = \mathrm{F}$이므로 상자 A는 바닥면에서 미끄러진다.

2)

상자 B가 상자 A 위에서 미끄러지지 않으면 A와 B의 가속도는 동일하며, 이때 가속도를 a라 하면

$F - \mu_k N_A - \mu N_B = m_A a$

$\mu N_B = m_B a$

$F - \mu_k N_A = (m_A + m_B)a$

$$a = \frac{200 - 0.2 \times 30 \times 9.81}{30} = 4.70467\,\mathrm{m/s^2}$$

이때 마찰력 $\mu N_B = m_B a = 47.0467\,\mathrm{N}$은 최대정지마찰력

$\mu_s N_B = 0.3 \cdot 10 \cdot 9.81 = 29.43\,\mathrm{N}$보다 크므로 이 운동은 불가능하고, 상자 B는 상자 A 위에서 미끄러지게 된다.

3)

상자 A, B 모두 미끄러지는 운동을 하므로 동마찰계수를 적용한다.

$F - \mu_k N_A - \mu_k N_B = m_A a_A$

$$a_A = \frac{200 - 0.2 \times 30 \times 9.81 - 0.2 \times 10 \times 9.81}{20} = 6.076\,\mathrm{m/s^2}$$

$\mu_k N_B = m_B a_B$

$$a_B = \frac{0.2 \times 10 \times 9.81}{10} = 1.962\,\mathrm{m/s^2}$$