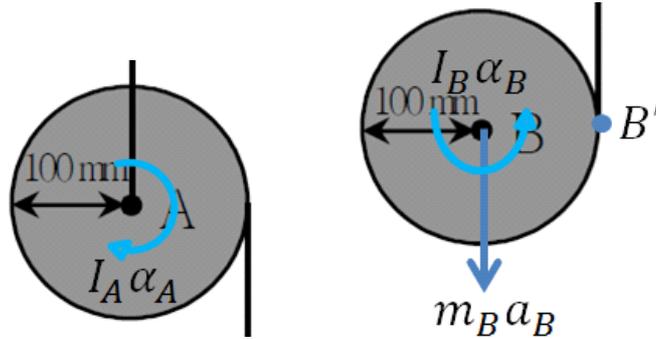


## 2010년 시행 행정고등고시(기술직) 제2차시험 동역학 해설

### 제 1 문

1)

원판 A, B의 자유물체도를 그리면 ( $r = 100\text{ mm} = 0.1\text{ m}$ )



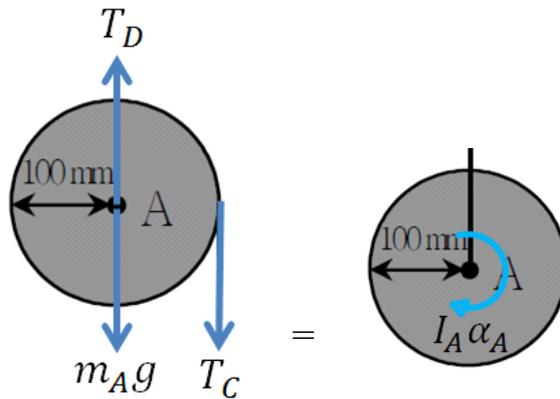
케이블 C는 원판둘레에서 미끄러지지 않으므로 B'에서의 가속도는 케이블 C의 가속도와 같아야 한다.

$$a_B - r\alpha_B = r\alpha_A$$

$$a_B = r(\alpha_A + \alpha_B) = 0.1(\alpha_A + \alpha_B)$$

2)

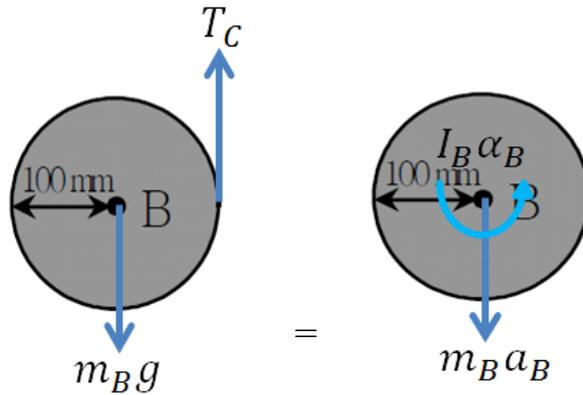
원판 A의 자유물체도 ( $r = 100\text{ mm} = 0.1\text{ m}$ )



$$T_D = m_A g + T_C$$

$$T_C r = I_A \alpha_A$$

원판 B의 자유물체도 ( $r = 100 \text{ mm} = 0.1 \text{ m}$ )



$$m_B g - T_C = m_B a_B$$

$$T_C r = I_B \alpha_B$$

$I_A = I_B$ 이므로  $\alpha_A = \alpha_B$ 이고, 식을 연립하여 값을 구하면

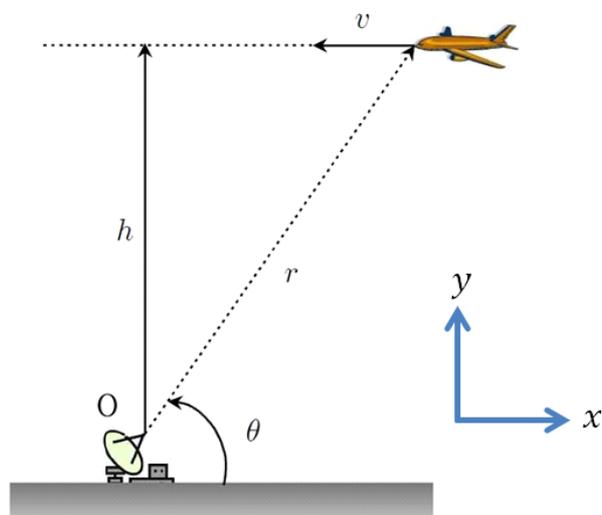
$$\alpha_A = \alpha_B = \frac{2g}{5r} = 39.24 \text{ rad/s}^2$$

$$T_C = \frac{1}{2} m_A r \alpha_A = 39.24 \text{ N}$$

$$T_D = 20 \times 9.81 + 39.24 = 235.44 \text{ N}$$

## 제 2 문

1)



그림과 같이 좌표를 잡으면

$$x = \frac{h}{\tan\theta}, \quad v = -\frac{dx}{dt}$$

$$v = -\frac{d}{dt}\left(\frac{h}{\tan\theta}\right) = -\frac{d}{d\theta}\left(\frac{h}{\tan\theta}\right)\frac{d\theta}{dt}$$

$$v = -\frac{-h\sec^2\theta}{\tan^2\theta}\dot{\theta} = \frac{h}{\sin^2\theta}\dot{\theta} = \frac{10^4}{\sin^2 60^\circ} \times 0.01 = 133.333 \text{ m/s}$$

2)

$$r = \sqrt{x^2 + h^2}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + h^2}} \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\right)\frac{dx}{dt} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\dot{v} = 0 \quad \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\right)\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\dot{x}\sqrt{x^2 + h^2} - x\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{dx}{dt}}{x^2 + h^2} \frac{dx}{dt} = \frac{\dot{x}(x^2 + h^2) - x^2\dot{x}}{(x^2 + h^2)\sqrt{x^2 + h^2}} \frac{dx}{dt} = \frac{(\dot{x})^2 h^2}{(x^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\dot{x} = -v = -133.333 \text{ m/s}, \quad h = 10^4 \text{ m}, \quad x = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{10^4}{\sqrt{3}} = 5773.5 \text{ m}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{(-133.333)^2 \times 10^8}{(5773.5^2 + 10^8)^{\frac{3}{2}}} = 1.1547 \text{ m/s}^2$$

3)

$$r = \frac{h}{\sin\theta}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{h}{\sin\theta}\right) = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{h}{\sin\theta}\right)\frac{d\theta}{dt} = \frac{-h\cos\theta}{\sin^2\theta}\dot{\theta}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{-h\cos\theta}{\sin^2\theta}\right)\dot{\theta} + \frac{(-h\cos\theta)}{\sin^2\theta}\ddot{\theta}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{-h\cos\theta}{\sin^2\theta}\right)(\dot{\theta})^2 + \frac{(-h\cos\theta)}{\sin^2\theta}\ddot{\theta}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \left(\frac{h\sin\theta \cdot \sin^2\theta - (-h\cos\theta) \cdot 2\sin\theta\cos\theta}{\sin^4\theta}\right)(\dot{\theta})^2 + \frac{(-h\cos\theta)}{\sin^2\theta}\ddot{\theta}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = h(\dot{\theta})^2 \left( \frac{1}{\sin\theta} + \frac{2\cos^2\theta}{\sin^3\theta} \right) - \frac{h\cos\theta}{\sin^2\theta} \ddot{\theta}$$

$$10^4 \times 0.01^2 \times \left( \frac{1}{\sin 60^\circ} + \frac{2\cos^2 60^\circ}{\sin^3 60^\circ} \right) - \frac{10^4 \cos 60^\circ}{\sin^2 60^\circ} \frac{d^2\theta}{dt^2} = 1.1547$$

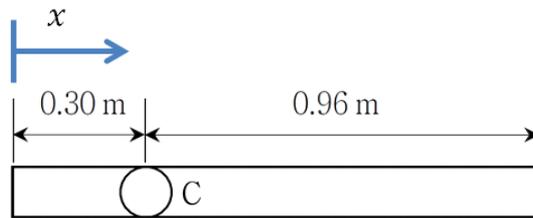
방정식을 풀면

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0.000115 \text{ rad/s}^2$$

### 제 3 문

1)

먼저 질량중심의 위치를 구하면



$$x = \frac{1 \times 0.30 + 10 \times 0.63}{1 + 10} = 0.6 \text{ m}$$

완전소성충돌을 하므로 충돌 후 점C에서의 핀과 고정구의 속도  $v_C = 0$ 이다.

점C에 대하여 충돌전후 각운동량 보존을 이용하면

	봉	고정구
충돌 전 각운동량	$0.3 \cdot 11 \cdot 5$	0
충돌 후 각운동량	$I_C \omega$	0

$$\omega = \frac{0.3 \cdot 11 \cdot 5}{I_C} = \frac{0.3 \cdot 11 \cdot 5}{\frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 1.26^2 + 10 \cdot 0.33^2} = 6.8408 \text{ rad/s (시계방향)}$$

2)

충돌 직후 봉의 운동에너지 :  $\frac{1}{2}I_C\omega^2$

충돌 직후 봉의 중력퍼텐셜에너지 : 0

180° 회전한 후에는 운동에너지와 중력퍼텐셜에너지 모두 0이 되므로 회전저항모멘트를  $T$ 라 하면

$$T \cdot \theta = \frac{1}{2}I_C\omega^2$$

$$I_C = \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 1.26^2 + 10 \cdot 0.33^2 = 2.412 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$T = \frac{1}{2} \times 2.412 \times 6.8408^2 \times \frac{1}{\pi} = 17.9643 \text{ N} \cdot \text{m}$$

#### 제 4 문

먼저 추가  $x$ 만큼 연직 아래로 이동하면 스프링에 작용하는 힘은  $k\frac{x}{2}$ 이고, 이때 막대가 수평과 이루는 미소 각의 크기를  $\theta$ 라 하면  $x = 2a\theta$ 이다.

$$I_p = M \cdot (2a)^2 + \frac{1}{12} \cdot m \cdot (3a)^2 + m \cdot (0.5a)^2 = 4Ma^2 + ma^2$$

$$\sum T = Mg \cdot 2a + mg \cdot 0.5a - k\frac{x}{2} \cdot a = I_p \ddot{\theta} \quad (\text{시계방향을 } + \text{방향으로 잡는다.})$$

$$(4Ma^2 + ma^2)\ddot{\theta} + a^2k\theta = (2Ma + 0.5ma)g$$

$$\ddot{\theta} + \frac{k}{4M+m}\theta = \frac{2Ma + 0.5ma}{4Ma^2 + ma^2}g$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{4M+m}}$$