2007년 시행 행정고등고시(기술직) 제2차시험 동역학 해설

제 1 문

1)

미소질량요소를 dm이라 하면 $dm = \rho A dr$

(ρ : 막대의 밀도, A : 막대의 단면적)

질량관성모멘트 $I = \int r^2 dm = \int_0^L r^2 \cdot \rho A dr = \rho A \int_0^L r^2 dr = \frac{1}{3}\rho A L^3 = \frac{1}{3} m L^2$

$I = \frac{1}{3} \times 20 \times 3^2 = 60\,\mathrm{kg \cdot m^2}$

2)

충돌직전의 막대의 각속도를 ω_1이라 하면

에너지 보존 법칙에 의해 $mgh = \frac{1}{2} I_A \omega_1^2$

$20 \times 9.81 \times 1.5 = \frac{1}{2} \times 60 \times \omega_1^2$

$\omega_1 = 3.13209\,\mathrm{rad/s}$ (시계방향)

따라서 A로부터 $2\,\mathrm{m}$ 떨어진 C지점에서 충돌직전의 속도를 v_1이라 하면

$v_1 = 2 \times 3.13209 = 6.26418\,\mathrm{m/s}$

C지점에서의 충돌직후의 속도를 v_2라 하면 반발계수 조건에 의해

$\frac{v_2 - 0}{0 - v_1} = 0.5,\ v_2 = -0.5 v_1$

$v_2 = (-0.5) \times 6.26418 = -3.13209\,\mathrm{m/s}$

따라서 충돌 직후의 각속도는 $\omega_2 = \frac{-3.13209}{2} = -1.56605\,\mathrm{rad/s^2}$ (반시계방향)

3)

에너지 보존 법칙에 의해

$mgh' = \frac{1}{2} I_A \omega_2^2$

$20 \times 9.81 \times h' = \frac{1}{2} \times 60 \times 1.56605^2$

$h' = 0.375\,\mathrm{m}$

이때 수평면과 이루는 각을 θ라 하면 $\sin\theta = \frac{0.375}{1.5}$

$\theta = 14.4775^\circ$

4)

충돌과정에서 소멸되는 역학적 에너지

$$\Delta E = \frac{1}{2} I_A (\omega_1^2 - \omega_2^2) = \frac{1}{2} \times 60 \times (3.13209^2 - 1.56605^2) = 220.725\,\mathrm{J}$$

제 2 문

1)

$$\overrightarrow{v_C} = \overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{r_C} = (\overrightarrow{\omega_1} + \overrightarrow{\omega_2}) \times \overrightarrow{r_C} = (2\hat{k} + 3\hat{i}) \times (2\cos 60^\circ\, \hat{j} + 2\sin 60^\circ\, \hat{k})$$

$$\overrightarrow{v_C} = -2\hat{i} + 3\hat{k} - 3\sqrt{3}\,\hat{j} = -2\hat{i} - 3\sqrt{3}\,\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\overrightarrow{v_C} = -2\hat{i} - 5.19615\hat{j} + 3\hat{k}$$

2)

$\overrightarrow{\omega_2}$는 회전하는 기준틀(Bxyz) 위에 놓여있다.

$\overrightarrow{\alpha_{BC}} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{\omega_1} + \overrightarrow{\omega_2})$에서 고정기준틀(BXYZ)에 대한 $\frac{d}{dt}\overrightarrow{\omega_1} = 0$이므로

$$\overrightarrow{\alpha_{BC}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{\omega_2} = \overrightarrow{\omega_1} \times \overrightarrow{\omega_2} = 2\hat{k} \times 3\hat{i} = 6\hat{j}$$

3)

$$\overrightarrow{a_C} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{v_C} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{r_C}) = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{\omega}) \times \overrightarrow{r_C} + \overrightarrow{\omega} \times \frac{d}{dt}(\overrightarrow{r_C})$$

$$\overrightarrow{a_C} = (\overrightarrow{\omega_1} \times \overrightarrow{\omega_2}) \times \overrightarrow{r_C} + \overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{v_C}$$

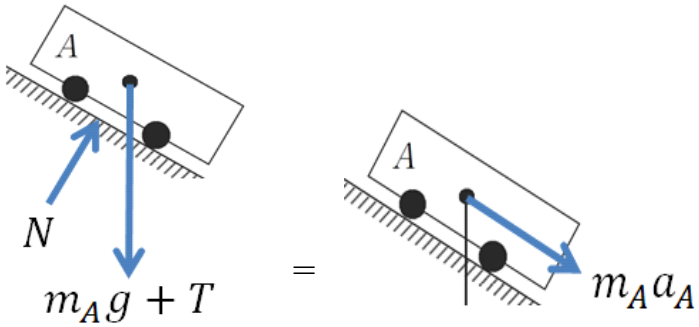
$$\overrightarrow{a_C} = 6\hat{j} \times (\hat{j} + \sqrt{3}\,\hat{k}) + (2\hat{k} + 3\hat{i}) \times (-2\hat{i} - 3\sqrt{3}\,\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$\overrightarrow{a_C} = 6\sqrt{3}\,\hat{i} - 4\hat{j} + 6\sqrt{3}\,\hat{i} - 9\sqrt{3}\,\hat{k} - 9\hat{j} = 12\sqrt{3}\,\hat{i} - 13\hat{j} - 9\sqrt{3}\,\hat{k}$$

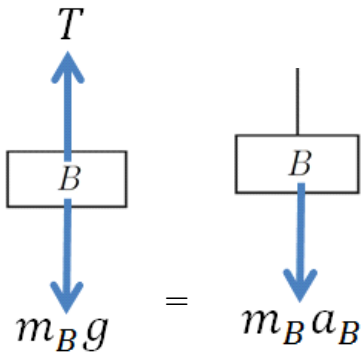
$$\overrightarrow{a_C} = 20.7846\hat{i} - 13\hat{j} - 15.5885\hat{k}$$

제 3 문

수레 A의 자유물체도는 다음과 같다.



물체 B의 자유물체도는 다음과 같다.



수레 A : $(m_A g + T)\cos 30^\circ = N$

$(m_A g + T)\sin 30^\circ = m_A a_A$

물체 B : $m_B g - T = m_B a_B$

정지 상태로부터 움직이기 시작할 때 줄이 팽팽할 조건에 의해

$a_A \sin 30^\circ = a_B$

연립하여 풀면

$$a_A = \frac{5}{7} g = 7.00714\,\mathrm{m/s^2}$$

$$a_B = \frac{5}{14} g = 3.50357\,\mathrm{m/s^2}$$

$$T = \frac{90}{7} g = 126.129\,\mathrm{N}$$

$$N = \frac{150\sqrt{3}}{7} g = 364.102\,\mathrm{N}$$