

19년 국가직 9급 수학 풀이

1. 정답 ④

$$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2) \text{이므로}$$

$$a_{10} = S_{10} - S_9 = (2 \times 10^2 - 10) - (2 \times 9^2 - 9) = 37$$

2. 정답 ②

두 직선이 직교하면 기울기의 곱이 -1이므로
구하고자 하는 직선의 기울기는 -2이고 또 (4, 2)를
지나므로

$$y - 2 = -2(x - 4) \quad \therefore y = -2x + 10$$

3. 정답 ②

두 사건 A, B가 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{8} = P(A) + \frac{1}{2} - P(A) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$$

4. 정답 ②

$x = 1$ 에서 미분가능하므로 $x = 1$ 에서 연속이다

$$1 + a = 6 + b \quad \dots \quad ①$$

또 미분가능하므로 $f'(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 1) \\ 6 & (x \geq 1) \end{cases}$

$$2 + a = 6 \quad \dots \quad ②$$

①, ②를 연립하면 $a = 4, b = -1$

$$f(2) = 11$$

5. 정답 ③

$$x + y = 4, xy = 1 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} &= \frac{x^3 + y^3}{x^3 y^3} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{(xy)^3} = \frac{4^3 - 3 \cdot 4}{1^3} = 52 \end{aligned}$$

6. 정답 ③

항등함수이면

$$f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1 \text{이어야 하므로}$$

보기중 만족하는 것은 $f(x) = x^3$

7. 정답 ②

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2^6}\right)^3 \times 3^{-\frac{3}{2}} \times \sqrt{2^7 \times 3^5} &= 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{7}{2}} \times 3^{\frac{5}{2}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} + \frac{7}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = 2^4 \times 3^1 = 48 \end{aligned}$$

8. 정답 ②

$$x = 1 \text{에서 연속이므로 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} + ax}{x - 1} = b$$

$x \rightarrow 1$ 일 때 분모 $\rightarrow 0$ 이므로 분자 $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\sqrt{4} + a = 0 \quad \therefore a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2x}{x - 1} \text{이고 분자를 유리화 하면}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2 - 4x^2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x - 1)(3x + 2)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} = -\frac{5}{4} = b \end{aligned}$$

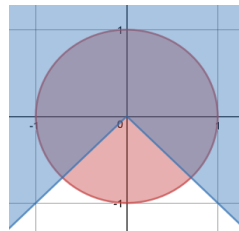
$$a + 4b = -2 + 4\left(-\frac{5}{4}\right) = -7$$

9. 정답 ④

$$\int_6^9 f(x) dx = 7, \int_1^3 f(x) dx = 4, \int_1^6 f(x) dx = 9$$

$$\begin{aligned} \int_3^9 f(x) dx &= \int_1^6 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx + \int_6^9 f(x) dx \\ &= 9 - 4 + 7 = 12 \end{aligned}$$

10. 정답 ③



공동범위는 파란색

부분이므로 $\frac{3}{4}\pi$

11. 정답 ④

$$x^2 - 4x + a - 7 = 0 \text{의 판별식을 } D/4 \text{라 하면}$$

이 식이 실근을 가지므로

$$D/4 = 4 - a + 7 \geq 0 \quad \therefore a \leq 11$$

$$x^2 + 2x + 3a - 5 = 0 \text{의 판별식을 } D'/4 \text{하면}$$

이 식이 허근을 가질려면

$$D'/4 = 1 - 3a + 5 < 0 \quad \therefore a > 2$$

따라서 $a = 3, 4, 5, \dots, 11$ 9개

12. 정답 ③

7개의 숫자 중 3개를 선택하여 일렬로 배열하는

방법의 수이므로 ${}_7P_3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$

13. 정답 ①

$y = \sqrt{kx}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의

방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는

$$y = \sqrt{k(x-4)} + 2 \text{ 이고 } (2, 4) \text{ 를 지나므로}$$

$$4 = \sqrt{k(2-4)} + 2 \quad \therefore k = -2$$

14. 정답 ④

$$x + y = k \text{ 라 두면 } y = -x + k \text{ 이고 } \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \text{ 에}$$

대입하여 정리하면 $x^2 + (1-k)x + 2k = 0$ 이고 이
이차방정식의 두 실근은 양근이어야 한다.

두 근을 α, β , 판별식을 D 라 하면

$$\alpha + \beta = k - 1 > 0,$$

$$\alpha\beta = 2k > 0$$

$$D = (1-k)^2 - 8k \geq 0$$

위 세식의 공통범위를 구하면

$$k \geq 5 + 2\sqrt{6}$$

15. 정답 ①

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} = 2 \text{ 이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n} = 0 \text{ 이다.}$$

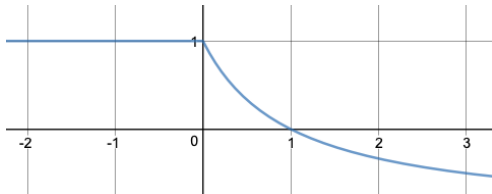
준식의 분모, 분자를 3^n 으로 나누면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{3^n} + 9 + \left(\frac{2}{3}\right)^n}{3 - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n} = 3$$

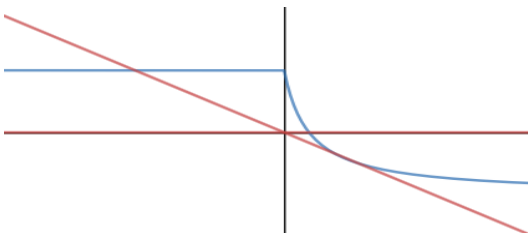
16. 정답 ④

$$y = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} = -1 + \frac{2}{1+x} & (x \geq 0) \\ \frac{1+x}{1+x} = 1 & (x < 0) \end{cases}$$

이고 그래프는 다음과 같다



$y = mx$ 가 위의 그래프와 3점에서 만나기 위해서는
아래 그림처럼 $y = 0$ 과 곡선에 접하는 직선의
사이에 위치하여야 한다.



따라서 $\frac{1-x}{1+x} = mx$ 가 접해야 하므로

$mx^2 + (m+1)x - 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (m+1)^2 + 4m = 0$$

따라서 m 의 범위는 $-3 + 2\sqrt{2} < m < 0$

$$a + b = -3 + 2\sqrt{2}$$

17. 정답 ①

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $1 = a + b + c + d$

18. 정답 ③

$$10^a = 16 \text{ 에서 } 10 = 16^{\frac{1}{a}} = 2^{\frac{4}{a}}$$

$$5^b = 256 \text{ 에서 } 5 = 256^{\frac{1}{b}} = 2^{\frac{8}{b}}$$

$$\frac{2^{\frac{4}{a}}}{2^{\frac{8}{b}}} = 2^{\frac{4}{a} - \frac{8}{b}} = 2 \quad \therefore \frac{4}{a} - \frac{8}{b} = 1$$

19. 정답 ②

$$2019 \leq 2x + 9 \leq 2219$$

$$1005 \leq x \leq 1105 \quad \therefore 201 \leq \frac{x}{5} \leq 221$$

정수의 개수는 $221 - 201 + 1 = 21$

20. 정답 ④

$x^{10} - 2x + 4 = (x-1)^2 Q(x) + ax + b$ 이고 이 식은
항등식 이므로 양변에 $x = 1$ 을 대입하면 $3 = a + b$

또 위 항등식은 양변을 미분해도 항등식이다

미분하면

$$10x^9 - 2 = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$a = 8 \quad \therefore b = -5$$