

수 학

[강평 및 해설 : 박성재 교수]

총 평

우선 전반적인 난이도는 평이했으나 14번의 산술기하 평균의 관계를 이용한 문제나 16번의 절댓값 그래프를 해석하는 문제는 접근방식의 어려움이나 해석의 용이하지 않은 그래프의 형태로 많은 수험생들을 힘들게 했을 것이다. 그래도 2월의 서울시 추가 시험의 문제와 비교하면 합리적이고 적절한 난이도를 유지했다고 평가 할 수 있겠다.

과정별로 살펴보면 고1과정이 14문제, 미적분 4문제, 확률과 통계가 2문제로 절대적으로 고1과정이 많이 출제되었는데 미적분은 적절하게 확률과 통계가 상대적으로 부족하게 출제되어 공무원시험의 고1과정의 집중출제는 여전한 것으로 보이며 미적분과 확률과 통계의 일정한 균형점이 없어서 시험을 준비하는 수험생들은 학습의 우선순위를 정하기가 어렵고 전 과정을 고르게 잘 준비해야 하는 상황이다.

항상 하는 얘기지만 수험시험은 SCAN/SKIP이 가장 중요한 과목이다. 어려운 몇 문제에 시간을 낭비하면 전반적으로 쉬운 난이도의 수험시험을 망치는 좋은 길이 된다. 확실하게 SCAN하고 과감하게 SKIP하는 것이 가장 중요한 시험스킬임을 항상 명심하길 바란다.

여러분 모두에게 좋은 결과가 있기를...

2019년 4월 6일 국가직 나책형 해설

1. 정답 : ④

해설 : $a_{10} = S_{10} - S_9 = 37$

2. 정답 : ②

기울기 $\frac{1}{2}$ 에 수직이므로 기울기 -2 이고 점(4,2)를 지나는 방정식은 $y = -2(x - 4) + 2$

3. 정답 : ③

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ 이므로
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$
 위 식에 값을 대입하고 정리하면
 $P(A) = \frac{1}{4}$

4. 정답 : ②

미분가능이므로 함수는 $x = 1$ 에서 연속이고 미분값이 같아야 한다.
 (1) $x = 1$ 에서 연속
 $1 + a = 6 + b \dots$ ㉠
 (2) $x = 1$ 에서 미분값이 같다
 $2 + a = 6 \dots$ ㉡
 ㉠, ㉡에 의해서 $a = 4, b = -1$
 $f(2) = 11$

5. 정답 : ③

$x + y = 4, xy = 1$
 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{x^3 + y^3}{(xy)^3} = \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{(xy)^3} = 52$

6. 정답 : ②

$f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 를 만족하는 함수는 ②이다.

7. 정답 : ②

$(\frac{1}{2^6})^3 \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2^7 \cdot 3^5} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{7}{2}} \cdot 3^{\frac{5}{2}} = 48$

8. 정답 : ②

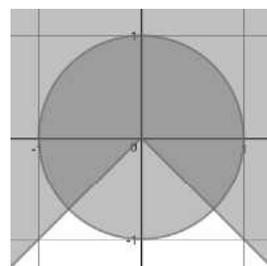
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} + ax}{x - 1} = b$ 이어야 한다.
 $x \rightarrow 1$ 일 때 분모가 0이므로 분자도 0이어야 한다. 결국 $a = -2$ 이고 a 에 대입하고
 분자를 유리화해서 극한값을 구하면,
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2x}{x - 1} = -\frac{5}{4}$
 $b = -\frac{5}{4}$
 $a + 4b = -7$

9. 정답 : ①

$\int_1^6 f(x)dx + \int_6^9 f(x)dx = \int_1^9 f(x)dx = 16$
 $\int_3^9 f(x)dx = \int_1^9 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = 12$

10. 정답 : ③

두 영역의 겹친부분의 넓이는 $\frac{3}{4}\pi$



11. 정답 : ④

실근조건 $\frac{D_1}{4} = 11 - a \geq 0$
 허근조건 $\frac{D_2}{4} = 6 - 3a < 0$
 모두 만족하는 a 의 범위는 $2 < a \leq 11$

12. 정답 : ③

$${}_7P_3 = 210$$

13. 정답 : ④

$y = \sqrt{k(x-4)} + 2$ 이 (2,4)를 지나므로 대입해서 정리하면 $k = -2$

14. 정답 : ④

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right)(x+y) = 5 + \frac{3x}{y} + \frac{2y}{x}$$

$$\frac{3x}{y} + \frac{2y}{x} \geq 2\sqrt{6} \text{ (산술기하평균)}$$

$$\text{결국 } x+y \geq 5+2\sqrt{6}$$

15. 정답 : ①

무한급수가 수렴하므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n} = 0$

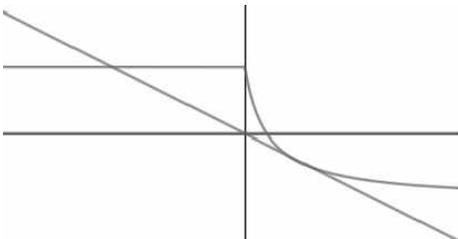
주어진 식을 3^n 으로 나누면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{3^n} + 9 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{3 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}} = 3$$

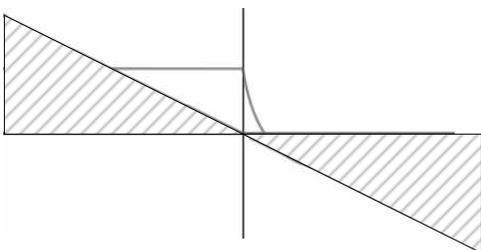
16. 정답 : ①

범위에 따라서 정리하면

$$y = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} & (x \geq 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$$



원점을 지나는 $y = mx$ 와 세점에서 만나려면 직선이 분수함수와 두 점에서 만나야 한다. 결국 직선이 분수함수와 접하는 기울기 보다 크고 0미만이어야 한다.



$$\frac{1-x}{1+x} = mx$$

$$mx^2 + (m+1)x - 1 = 0$$

$$D = (m+1)^2 + 4m = 0$$

$$m = -3 + 2\sqrt{2} \text{ (}\because -3 - 2\sqrt{2} \text{는 2사분면에서 만난다.)}$$

$$\text{결국 } -3 + 2\sqrt{2} < m < 0$$

17. 정답 : ①

양변에 0을 대입하면 $a+b+c+d=1$

18. 정답 : ③

$$10^a = 16, 10 = 16^{\frac{1}{a}} = 2^{\frac{4}{a}}$$

$$5^b = 256, 5 = 256^{\frac{1}{b}} = 2^{\frac{8}{b}}$$

$$10 \div 5 = 2^{\frac{4}{a} - \frac{8}{b}} = 2$$

$$\frac{4}{a} - \frac{8}{b} = 1$$

19. 정답 : ③

$$2019 \leq 2x+9 \leq 2219$$

$$1005 \leq x \leq 1105$$

초항이 1005이고 공차가 5인 등차수열에서 1105는 21번째 항이다.

20. 정답 : ④

몫과 나머지의 정리로 표현하면

$$x^{10} - 2x + 4 = (x-1)^2 Q(x) + ax + b \text{ --- ①}$$

위식에 $x=1$ 을 대입정리하면 $a+b=3$

①을 미분하면

$$10x^9 - 2 = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a$$

위식에 $x=1$ 을 대입정리하면 $a=8$

$$\text{결국 } a=8, b=-5$$

나머지는 $8x-5$