

번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
정답	④	②	③	②	③	②	②	②	①	③

번호	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	④	③	④	④	①	①	①	③	③	④

해설

1. $a_n = S_n - S_{n-1} \ (n \geq 2)$

$$a_n = 2n^2 - n - 2(n-1)^2 + (n-1) = 4n - 3$$

$$a_{10} = 37$$

답: ④

2. 직선 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 와 수직인 직선의 기울기는 -2 이다.

$$y - 2 = -2(x - 4), \ y = -2x + 10$$

답: ②

3. A, B 는 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{1}{2}P(A) + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$$

답: ③

4. 함수 $f(x)$ 은 $x=1$ 에서 미분가능하므로 또한 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x), \quad 1+a=6+b \quad (\text{연속})$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+a & (x < 1) \\ 6 & (x \geq 1) \end{cases} \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f'(x), \quad 2+a=6 \quad (\text{미분가능})$$

위 두 식을 이용하여 연립하면

$$a=4, \quad b=-1$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x^2+4x & (x < 1) \\ 6x-1 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad f(2) = 6 \times 2 - 1 = 11$$

답: ②

$$5. \quad x+y=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4, \quad xy=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2 \cdot 1=14$$

$$\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{x^3+y^3}{(xy)^3} = \frac{(x^2+y^2-xy)(x+y)}{(xy)^3} = \frac{(14-1)(4)}{1} = 52$$

답: ③

6.

$$\textcircled{1} \quad f(x) = |x|$$

$$\rightarrow f(-1)=1, f(0)=0, f(1)=1 \quad (\text{x})$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = x^3$$

$$\rightarrow f(-1)=-1, f(0)=0, f(1)=1 \quad (\text{o})$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = x^2$$

$$\rightarrow f(-1)=1, f(0)=0, f(1)=1 \quad (\text{x})$$

$$\textcircled{4} \quad f(x) = -x$$

$$\rightarrow f(-1)=1, f(0)=0, f(1)=-1 \quad (\text{x})$$

답: ②

$$7. \quad \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^3 \times 3^{-\frac{3}{2}} \times \sqrt{2^7 \times 3^5}$$

$$= 2^{\frac{1}{6} \times 3} \times 3^{-\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{7}{2}} \times 3^{\frac{5}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{7}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = 2^4 \times 3 = 48$$

답: ②

8. 함수 $f(x)$ 은 모든 실수 x 에 대하여 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} + ax}{x - 1} = b$$

분모가 0으로 수렴하므로 분자도 0으로 수렴한다. 따라서 $\sqrt{1^2 + 1 + 2} + a = 0$,
 $a = -2$

정리하면 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2x}{x - 1} = b$ 가 되고 좌변에서 유리화하여 나타내면

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2 - (2x)^2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(-3x - 2)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} = \frac{-3 - 2}{(\sqrt{1 + 1 + 2} + 2)} = -\frac{5}{4} = b \end{aligned}$$

$$\therefore a + 4b = -2 + 4 \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -7$$

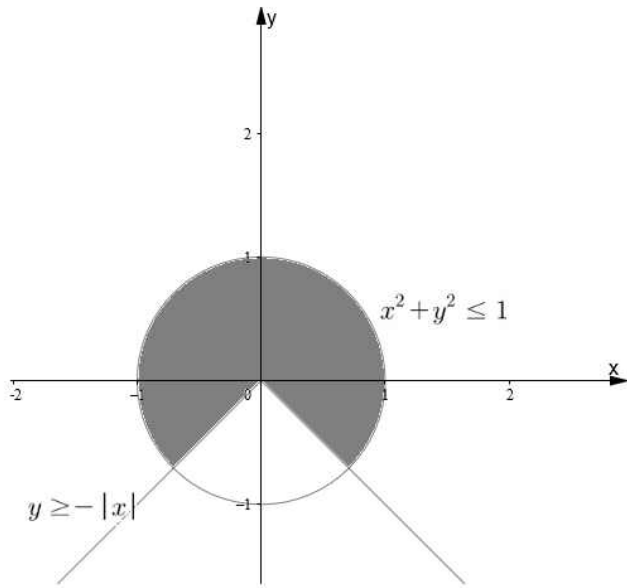
답: ②

$$9. \int_3^9 f(x) dx = \int_6^9 f(x) dx + \int_1^6 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$$

$$= 7 + 9 - 4 = 12$$

답: ①

10.



그림과 같이 나타내면 색칠한 부분의 넓이가 $A \cap B$ 가 나타내는 영역의 넓이와 같다.

$$\therefore (1 \cdot \pi) \times \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

답: ③

11. 이차방정식 $x^2 - 4x + a - 7 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D_1(\text{판별식}) = 2^2 - (a - 7) \geq 0, \quad a \leq 11$$

$$x^2 + 2x + 3a - 5 = 0 \text{에서 } D_2(\text{판별식}) = 1^2 - (3a - 5) = -3a + 6,$$

$$-3a + 6 < 0 \quad (D_2 < 0) \text{이기 위해서는 } a > 2 \text{이므로}$$

$\therefore a$ 의 개수는 $2 < a \leq 11$ 을 만족하는 모든 정수의 개수, 9개이다.

답: ④

$$12. 7 \times 6 \times 5 = 210$$

답: ③

13. $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행 이동한 그래프는 $y - 2 = \sqrt{k(x - 4)}$ 이고, 점(2, 4)를 지나므로 $2 = \sqrt{-2k}$, $k = -2$

답: ④

$$14. \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right)(x+y) = 5 + \frac{2y}{x} + \frac{3x}{y} \quad \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \text{ 이므로}\right)$$

$$\frac{2y}{x} + \frac{3x}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2y}{x} \cdot \frac{3x}{y}} = 2\sqrt{6}$$

$$x+y = 5 + \frac{2y}{x} + \frac{3x}{y} \text{ 이므로 최솟값은 } 5+2\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

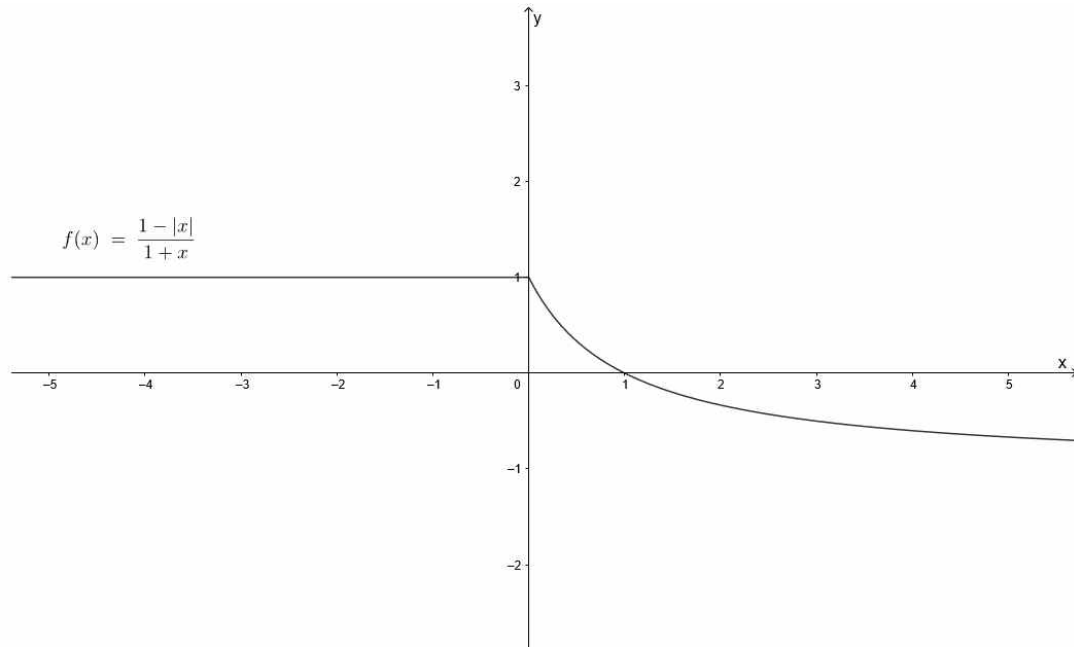
답: ④

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} \text{의 값이 수렴하므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3^{n+2} - 2^n}{3^{n+1} - 2^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{3^n} + 3^2 - \frac{2^n}{3^n}}{3 - \frac{2^{n-1}}{3^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{3^n} + 9 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{3 - \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{0+9-0}{3-0 \cdot \frac{1}{2}} = 3$$

답: ①

$$16. y = \frac{1-|x|}{1+x} = \begin{cases} -1 + \frac{2}{1+x} & (x \geq 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$$



$f(x) = -1 + \frac{2}{1+x}$ 이라 할 때, 직선 $y = mx$ 가 직선 $y = 1$ 과 평행하거나 $y = f(x)$ 에 접할 때, 세 점을 지나지 못한다. $y = mx$ 는 기울기가 0보다 작고 $y = f(x)$ 에 접할 때의 값보다 클 때 $y = \frac{1-|x|}{1+x}$ 와 세 점에서 만난다.

이를 식으로 나타내면,

(접할 때) $y = mx$ 에서 $\frac{1-x}{1+x} - mx = 0$ 의 방정식이 중근을 가지면 된다. (단, $x > 0$)

$$\therefore \frac{1-x-(1+x)mx}{1+x} = \frac{-mx^2-(m+1)x+1}{1+x} = 0$$

분모는 항상 양수이므로 $D(\text{판별식}) = (m+1)^2 - 4(-m) = 0$

$m = -3 \pm 2\sqrt{2}$, 그림 상으로 절댓값기울기가 더 작은 m 이 $x > 0$ 일 때, 접하는 m 의 값이다.

따라서, m 은 0보다 작고 $-3+2\sqrt{2}$ 보다 클 때, 세 점에서 만난다.

$$\therefore -3+2\sqrt{2} < m < 0, \quad -3+2\sqrt{2}+0 = -3+2\sqrt{2}$$

답: ①

17. $x^3 + x^2 + x + 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 의 양변에 0을 대입하면
 $1 = a + b + c + d$
 $\therefore 1$

답: ①

18. $a = \log_{10} 16$, $b = \log_5 256$
 $\frac{1}{a} = \frac{\log 10}{\log 16} = \frac{\log 10}{4 \log 2}$, $\frac{1}{b} = \frac{\log 5}{\log 256} = \frac{\log 5}{8 \log 2}$
 $\frac{4}{a} - \frac{8}{b} = \frac{\log 10 - \log 5}{\log 2} = \frac{\log 2}{\log 2} = 1$

답: ③

19. $A = \left\{ x \mid 2019 \leq 2x + 9 \leq 2219, \frac{x}{5} \text{는 정수} \right\}$ 에서 $\frac{x}{5}$ 가 정수가 되기 위한 조건
 은 x 가 5의 배수가 되는 것이고, 이를 정리하면
 $A = \{x \mid 1005 \leq x \leq 1105, x \text{는 5의 배수}\}$ 이다.
 $\therefore n(A) = (1105 - 1005) \div 5 + 1 = 21$

답: ③

20. $x^{10} - 2x + 4$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $ax + b$ 라고 할 때,

$$x^{10} - 2x + 4 = (x-1)^2 Q(x) + ax + b \quad \text{..①}$$

양변을 x 에 대해 미분하면

$$10x^9 - 2 = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a \quad \text{..②}$$

①과 ②에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 - 2 + 4 = a + b, \quad 10 - 2 = a$$

두 식을 연립하면 $a=8$, $b=-5$ 이고 따라서 나머지는 $8x-5$ 이다.

답: ④