

2019년 국가직 9급 수학 나책형 해설

01. ④	02. ②	03. ②	04. ②	05. ③	06. ③	07. ②	08. ②	09. ④	10. ③
11. ④	12. ③	13. ①	14. ④	15. ①	16. ④	17. ①	18. ③	19. ②	20. ④

1. 【정답】 ④

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 190, S_9 = 153$$

$$a_{10} = 190 - 153 = 37$$

2. 【정답】 ②

$$y - 2 = -2(x - 4)$$

$$y = -2x + 10$$

3. 【정답】 ②

$$P(A) + \frac{1}{2} - P(A \cap B) = \frac{5}{8}$$

$$P(A) \cdot \frac{1}{2} = P(A \cap B)$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

4. 【정답】 ②

$$x = 1 \text{에서 연속이므로 } f(1) = 1 + a = 6 + b, a - b = 5$$

$$f'(1) = 2 + a = 6, a = 4$$

$$b = -1$$

$$f(2) = 12 - 1 = 11$$

5. 【정답】 ③

$$\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^3 - 3 \frac{1}{xy} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}, \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4, \quad \frac{1}{xy} = 1$$

$$\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = 4^3 - 3 \cdot 4 = 52$$

6. 【정답】 ③

$f(x) = x^3$ 인 경우

$f(-1) = -1$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ 이므로 A 에서 A 로의 항등함수이다.

7. 【정답】 ②

$$\begin{aligned} & \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^3 \times 3^{-\frac{3}{2}} \times \sqrt{2^7 \times 3^5} \\ &= 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{7}{2}} \times 3^{\frac{5}{2}} = 2^4 \times 3 = 48 \end{aligned}$$

8. 【정답】 ②

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} + ax}{x - 1} = b$$

$$2 + a = 0, \quad a = -2$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 + x + 2} - 2x)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x^2 + x + 2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(-3x - 2)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2x)} = -\frac{5}{4} = b \end{aligned}$$

$$a + 4b = -2 - 5 = -7$$

9. 【정답】 ④

$$\int_9^3 f(x) dx = \int_1^6 f(x) dx + \int_6^9 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx = 9 + 7 - 4 = 12$$

10. 【정답】 ③

교집합 $A \cap B$ 가 나타내는 넓이는 반지름 1, 중심각이 270° 인 부채꼴의 넓이와 같다.

$$\pi \times \frac{270}{360} = \frac{3\pi}{4}$$

11. 【정답】 ④

$$\frac{D}{4} = 4 - (a - 7) \geq 0, \quad a \leq 11$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (3a - 5) < 0, \quad 2 < a$$

$2 < a \leq 11$ 이므로 정수의 개수는 9개다.

12. 【정답】 ③

$${}_7P_5 = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

13. 【정답】 ①

$$y-2 = \sqrt{k(x-4)}$$

$$4-2 = \sqrt{-2k}, \quad k=-2$$

14. 【정답】 ④

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right)(x+y) = 5 + \frac{2y}{x} + \frac{3x}{y}$$

$$\frac{2y}{x} + \frac{3x}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2y}{x} \cdot \frac{3x}{y}} = 2\sqrt{6}$$

$x+y = 5 + \frac{2y}{x} + \frac{3x}{y}$ 이므로 최솟값은 $5 + 2\sqrt{6}$ 이다.

15. 【정답】 ①

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3^{n+2} - 2^n}{3^{n+1} - 2^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{3^n} + 3^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{3 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n} = 3$$

16. 【정답】 ④

$$y = \begin{cases} \frac{2}{x+1} - 1 & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$$

따라서 $y = mx$ 가 세 점에서 만나기 위해서는 음의 기울기를 가지면서 $y = \frac{2}{x+1} - 1$ 과 접

할 때의 기울기보다 커야 한다. 접할 때의 기울기를 구하면

$$mx = \frac{2}{x+1} - 1, \quad mx^2 + mx = 2 - x - 1$$

$$mx^2 + (m+1)x - 1 = 0$$

$$D = m^2 + 2m + 1 + 4m = m^2 + 6m + 1 = 0$$

$m = -3 \pm 2\sqrt{2}$, $m = -3 - 2\sqrt{2}$ 인 경우 $y = \frac{2}{x+1} - 1$ 와 2사분면에서 만나므로

$m = -3 + 2\sqrt{2}$ 이다.

$$-3 + 2\sqrt{2} < m < 0$$

$$a+b = -3 + 2\sqrt{2} + 0 = -3 + 2\sqrt{2}$$

17. 【정답】 ①

양변에 $x=0$ 을 대입하면

$$0+0+0+1=a+b+c+d$$

$$a+b+c+d=1$$

18. 【정답】 ③

$$16^a=16 \text{에서 } 16^{\frac{1}{a}}=10, 2^{\frac{4}{a}}=10$$

$$5^b=256 \text{에서 } 256^{\frac{1}{b}}=5, 2^{\frac{8}{b}}=5$$

$$2^{\frac{4}{a}-\frac{8}{b}}=\frac{10}{5}=2, \frac{4}{a}-\frac{8}{b}=1$$

19. 【정답】 ②

$$2019 \leq 2x+9 \leq 2219$$

$$1005 \leq x \leq 1105$$

집합 A 의 원소의 개수는 $1005 \leq x \leq 1105$ 에서 5의 배수의 개수와 같으므로

$$20+1=21 \text{개}$$

20. 【정답】 ④

$$x^{10}-2x+4=(x-1)^2Q(x)+ax+b$$

$$1-2+4=a+b, a+b=3$$

양변을 미분하면

$$10x^9-2=2(x-1)Q(x)+(x-1)^2Q'(x)+a$$

$$10-2=a, a=8, b=-5$$

따라서 나머지는 $8x-5$