1번 ④

$a_{10} = S_{10} - S_9 = 37$

2번 ②

기울기가 $\frac{1}{2}$인 직선과 수직이므로 기울기는 -2이다.

기울기가 -2이고 (4, 2)를 지나는 직선의 방정식은

$y = -2(x-4)+2 = -2x+10$

3번 ③

두 사건이 독립이므로 $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) =$
$P(A)+P(B)-P(A)P(B)$

위의 식에 주어진 값을 대입하면,

$\frac{5}{8} = P(A)+\frac{1}{2}-P(A)\cdot\frac{1}{2}$

$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$

4번 ②

미분 가능하므로

1) $x=1$에서 연속

$1+a = 6+b$ ㄱ

2) $x=1$에서 좌미분계수 = 우미분계수

$f'(x) = \begin{cases} 2x+a & (x<1) \\ 6 & (x\geq 1) \end{cases}$

$2+a=6$ ㄴ

ㄱ, ㄴ에 의해 $a=4$, $b=-1$

$\therefore$ $f(2) = 11$

5번 ③

$x+y=4$, $xy=1$

$\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3} = \frac{x^3+y^3}{(xy)^3} = x^3+y^3 = (x+y)^3-3xy(x+y) = 52$

6번 ②

$f(-1)=-1$, $f(0)=0$, $f(1)=1$인 함수는 2번

7번 ②

근호를 지수화하여 정리하면,

$\left(2^{\frac{1}{6}}\right)^3 \times 3^{-\frac{3}{2}} \times \sqrt{2^7\times 3^5}$
$= 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{7}{2}} \times 3^{\frac{5}{2}}$
$= 2^4 \times 3^1 = 48$

8번 ②

$x=1$에서 연속이므로 극한값=함숫값

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}+ax}{x-1} = b$$

$x\to 1$일 때 분모가 0이므로 분자도 0이어야 한다.

따라서 $a=-2$

분자를 유리화하여 극한값을 구하면,

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-2x}{x-1} &= \lim_{x\to 1}\frac{-3x^2+x+2}{(x-1)(\sqrt{x^2+x+2}+2x)} \\ &= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(-3x-2)}{(x-1)(\sqrt{x^2+x+2}+2x)} \\ &= -\frac{5}{4}\end{aligned}$$

따라서 $b=-\frac{5}{4}$

$\therefore$ $a+4b=-7$

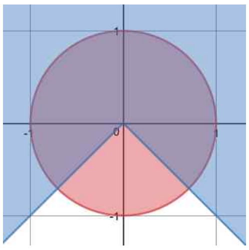
9번 ①

$\int_1^6 f(x)dx + \int_6^9 f(x)dx = \int_1^9 f(x)dx = 16$

$\int_3^9 f(x)dx = \int_1^9 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = 12$

10번 ③

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



직선의 기울기가 각각 1, -1이므로

겹쳐지지 않은 부채꼴의 중심각은 90도이다.

∴ 두 영역의 겹쳐진 부분의 넓이 = $\frac{3}{4}\pi$

11번 ④

$\frac{D_1}{4} = 4-(a-7) = 11-a \ge 0$ ∴ $a \le 11$

$\frac{D_2}{4} = 1-(3a-5) = 6-3a < 0$ ∴ $a > 2$

모두 만족시키는 a의 범위는 $2 < a \le 11$

∴ 정수는 모두 9개

12번 ③

${}_7P_3 = 210$

13번 ④

$y = \sqrt{k(x-4)}+2$가 $(2,\ 4)$를 지나므로 대입하면,

$4 = \sqrt{-2k}+2$

∴ $k = -2$

14번 ④

$\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)(x+y) = 5+\frac{3x}{y}+\frac{2y}{x}$

산술기하평균의 관계에 의하여 $\frac{3x}{y}+\frac{2y}{x} \ge 2\sqrt{6}$

$\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)(x+y) = 5+\frac{3x}{y}+\frac{2y}{x} \ge 5+2\sqrt{6}$

$\frac{2}{x}+\frac{3}{y} = 1$을 위의 식에 대입하면,

$x+y \ge 5+2\sqrt{6}$

∴ 최솟값 = $5+2\sqrt{6}$

15번 ①

무한급수가 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^n} = 0$

주어진 식의 분자/분모를 3^n으로 나누면,

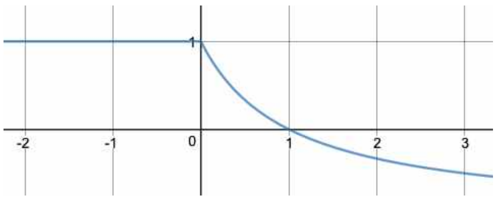
$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_n}{3^n}+9-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{3-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}} = 3$$

16번 ①

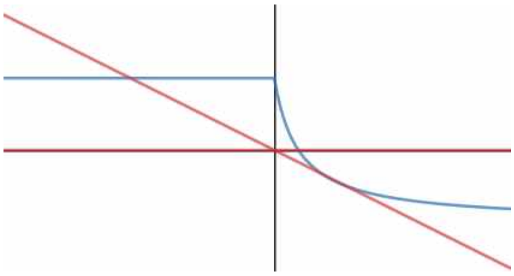
절댓값이 있으므로 범위를 나누면

$$y = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} & (x \ge 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$$

따라서 그래프는 다음과 같다.



$y = mx$가 위의 그래프와 세 점에서 만나기 위해서는 아래 그림처럼 $y = 0$과 곡선에 접하는 직선의 사이로 지나가야 한다.



$\frac{1-x}{1+x} = mx$가 접하므로

$mx^2+(m+1)x-1 = 0$의 판별식=0

$(m+1)^2+4m = m^2+6m+1 = 0$

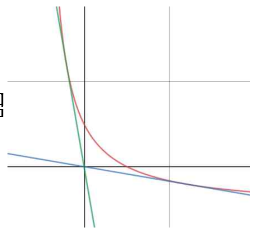
$m = -3+2\sqrt{2}$

따라서 m의 범위는 $-3+2\sqrt{2} < m < 0$

∴ $a+b = -3+2\sqrt{2}$

(참고)

$m = -3-2\sqrt{2}$인 경우 오른쪽 그림처럼 2사분면에서 접한다.



17번 ①
양 변에 $x=0$을 대입하면
$1=a+b+c+d$

18번 ③
$10^a=16$이므로 $10=16^{\frac{1}{a}}=2^{\frac{4}{a}}$
$5^b=256$이므로 $5=256^{\frac{1}{b}}=2^{\frac{8}{b}}$
$\frac{10}{5}=2^{\frac{4}{a}-\frac{8}{b}}=2$
$\therefore\ \frac{4}{a}-\frac{8}{b}=1$

19번 ③
$2019 \le 2x+9 \le 2219$ 이므로
$1005 \le x \le 1105$
첫 항이 1005이고 공차가 5인 등차수열에서 1105는 21번째 항이므로
$\therefore$ A의 원소의 개수는 21개

20번 ④
나머지를 $ax+b$라 하면
$x^{10}-2x+4=(x-1)^2+ax+b$ ㄱ

ㄱ에 양 변에 $x=1$을 대입하면,
$3=a+b$
(보기 중 이를 만족하는 것은 4번 밖에 없다.)

ㄱ을 미분하고 $x=1$을 대입하면,
$8=a$
$a=8,\ b=-5$ 이므로
$\therefore\ 8x-5$