

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (6, 2)$, $\vec{b} = (0, 4)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, 0, 4)$, $B(5, 0, a)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, a 의 값은? [2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2

수학 영역(가형)

5. 곡선 $y=2^x+5$ 의 점근선과 곡선 $y=\log_3x+3$ 의 교점의 x 좌표는? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

6. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식

$$1 + \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{5\pi}{4}$ ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{4}$ ⑤ 2π

7. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)=a^x$ 은 닫힌 구간

$[-2, 1]$ 에서 최솟값 $\frac{5}{6}$, 최댓값 M 을 갖는다. $a \times M$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

8. $\int_1^e \frac{3(\ln x)^2}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

9. 다음 조건을 만족시키는 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

(가) 두 초점의 좌표는 $(5, 0)$, $(-5, 0)$ 이다.
 (나) 두 점근선이 서로 수직이다.

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

10. A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝 모두에 A가 적힌 카드가 나오게 나열될 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$



11. 함수 $f(x) = x^3 + 5x + 3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

12. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \leq X \leq m+12) - P(X \leq m-12) = 0.3664$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

13. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-1}{2}=y+1=z$ 와 직선 l 이

점 $(1, a, 0)$ 에서 수직으로 만난다. 직선 l 이 점 $(b, -3, -2)$ 를
지날 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

14. 두 이산확률변수 X 와 Y 가 가지는 값이 각각 1부터
5까지의 자연수이고

$$P(Y=k) = \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10} \quad (k=1, 2, 3, 4, 5)$$

이다. $E(X)=4$ 일 때, $E(Y)$ 의 값은? [4점]

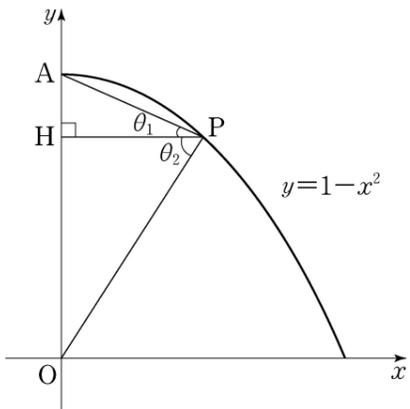
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

6

수학 영역(가형)

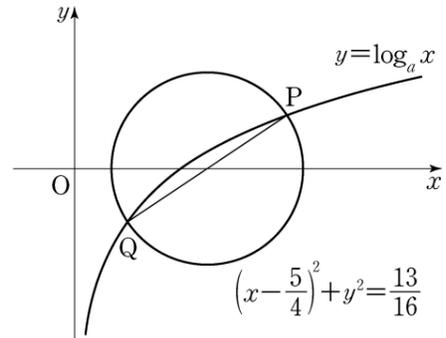
15. 곡선 $y=1-x^2$ ($0 < x < 1$) 위의 점 P에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 원점 O와 점 A(0, 1)에 대하여 $\angle APH = \theta_1$, $\angle HPO = \theta_2$ 라 하자. $\tan \theta_1 = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



16. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 원 $C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q라 하자. 선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



17. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 과 xy 평면 위의 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 가 있다. 구 S 와 점 P 에서 접하고 원 C 위의 두 점 Q, R 를 포함하는 평면이 xy 평면과 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이다. 점 P 의 z 좌표가 1보다 클 때, 선분 QR 의 길이는? [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(t, f(t))$ ($t > 0$)에서 x 축에 내린 수선의 발을 B 라 하고, 점 A 를 지나고 점 A 에서의 접선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 C 라 하자. 모든 양수 t 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{1}{2}(e^{3t} - 2e^{2t} + e^t)$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $e-2$ ② e ③ $e+2$ ④ $e+4$ ⑤ $e+6$

19. 좌표평면에서 원점 O 가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 세 점 A_1, A_2, A_3 에 대하여

$$|\overrightarrow{OX}| \leq 1 \text{ 이고 } \overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OA_k} \geq 0 \quad (k=1, 2, 3)$$

을 만족시키는 모든 점 X 의 집합이 나타내는 도형을 D 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{OA_2} = \overrightarrow{OA_3}$ 이면 D 의 넓이는 $\frac{\pi}{2}$ 이다.
 ㄴ. $\overrightarrow{OA_2} = -\overrightarrow{OA_1}$ 이고 $\overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{OA_1}$ 이면 D 는 길이가 2인 선분이다.
 ㄷ. $\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_2} = 0$ 인 경우에, D 의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$ 이면 점 A_3 은 D 에 포함되어 있다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음은 n 명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n 은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 '(i) 세 상자에 공이 들어가는 모든 경우'에서 '(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우'와 '(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우'를 제외하면 된다.

(i)의 경우:

n 명의 사람이 각자 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n 명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 선택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n 개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(ii)의 경우:

각 상자에 $\frac{2n}{3}$ 개의 공이 들어가는 경우뿐이므로 경우의 수는 1이다.

(iii)의 경우:

두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C에는 최대 n 개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B에 각각 $\frac{n}{2}$ 개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다. 따라서 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.
 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times (\boxed{\text{나}} - 1)$ 이다.

따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(30)}{g(30)} + h(30)$ 의 값은? [4점]

- ① 481 ② 491 ③ 501 ④ 511 ⑤ 521

21. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = -1, \quad a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \quad (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$ 인 실수 α 에 대하여 $\int_{\alpha}^t f(x) dx = 0$ 을

만족시키는 t ($0 < t < 2$)의 값의 개수가 103일 때,

$\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$ 의 값은? [4점]

- ① -48 ② -50 ③ -52 ④ -54 ⑤ -56

단답형

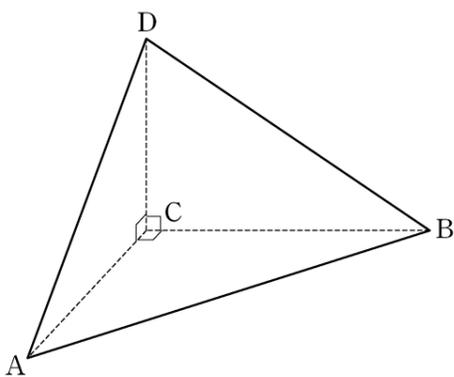
22. ${}_7P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = -\cos^2 x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $5x+xy+y^2=5$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

26. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한, 크기가 49인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1.73 \leq m \leq 1.87$ 이다. $\frac{\sigma}{x} = k$ 일 때, $180k$ 의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

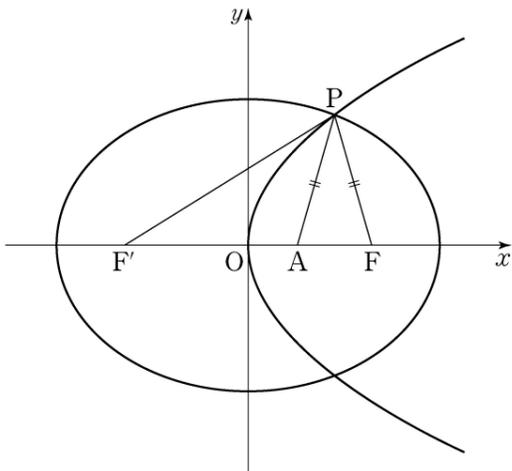
25. $\overline{AB} = 8$, $\angle ACB = 90^\circ$ 인 삼각형 ABC에 대하여 점 C를 지나고 평면 ABC에 수직인 직선 위에 $\overline{CD} = 4$ 인 점 D가 있다. 삼각형 ABD의 넓이가 20일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]



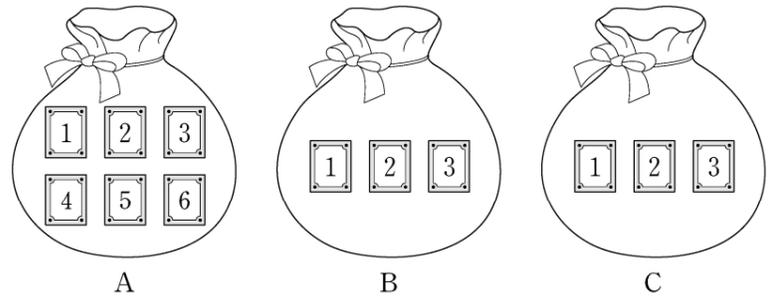
27. 좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)$ ($a > 0$)이고 꼭짓점이 원점인 포물선과 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > a$)인 타원의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \quad \overline{PA} = \overline{PF}, \quad \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

일 때, 타원의 장축의 길이는 $p+q\sqrt{7}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있고 주머니 B와 C에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드가 각각 들어 있다. 같은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서, 병은 주머니 C에서 각자 임의로 1장의 카드를 꺼낸다. 이 시행에서 같이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 클 때, 같이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을과 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합보다 클 확률이 k 이다. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 세 점 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 2)$ 가 있다.
점 P 가 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$, $|\overrightarrow{OP}| \leq 4$ 를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{PQ}| = 1, \quad \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OA} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 하자. $M+m = a+b\sqrt{5}$ 일 때, $6(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 유리수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x) = \ln(e^x + 1) + 2e^x$ 에 대하여 이차함수 $g(x)$ 와 실수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(x) = |g(x) - f(x-k)|$ 는 $x=k$ 에서 최솟값 $g(k)$ 를 갖고, 닫힌 구간 $[k-1, k+1]$ 에서 최댓값 $2e + \ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$ 를 갖는다.

$g'\left(k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2} < e < 3$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.