

제 2 교시

수학 영역 (나형)

5지선다형

1. 27×3^{-2} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_2 2 + \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 2, \quad \sum_{k=1}^{10} b_k = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

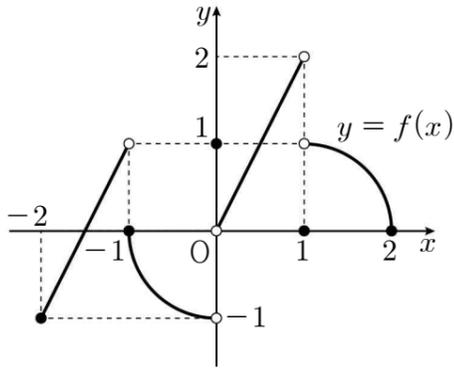
7. 두 집합

$$A = \{2, 2a+3\}, B = \{5, 7, a^2-2\}$$

에 대하여 $A \cap B = A$ 를 만족시키는 실수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

9. $\int_{-2}^2 (3x^2 + 2x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

10. 함수 $y = \frac{2}{x-1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 점근선은 두 직선 $x=3, y=b$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가

$$p : -4 \leq x \leq 6,$$

$$q : |x-2| \leq a$$

일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은?
[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x+2 & (x < 0) \\ x^2+2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $(f \circ f)(-2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 흰 공 6 개와 빨간 공 4 개가 들어 있는 주머니가 있다.
 이 주머니에서 임의로 4 개의 공을 동시에 꺼낼 때,
 꺼낸 4 개의 공 중 흰 공의 개수가 3 이상일 확률은? [3점]

- ① $\frac{17}{42}$ ② $\frac{19}{42}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{23}{42}$ ⑤ $\frac{25}{42}$

14. 어느 고등학교의 전체 학생은 300 명이고, 진로 체험 행사에
 참가한 학생 수와 참가하지 않은 학생 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

| 구분 | 남학생 | 여학생 |
|--------------|-----|-----|
| 참가한 학생 수 | 125 | 75 |
| 참가하지 않은 학생 수 | 50 | 50 |

이 고등학교 학생 중 임의로 선택한 1 명의 학생이 진로 체험
 행사에 참가한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

15. 어느 양계장에서 생산하는 계란 1개의 무게는 평균이 52g,

표준편차가 8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산하는 계란 중 임의로 1개를 선택할 때, 이 계란의 무게가 60g 이상이고 68g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

- ① 0.0440 ② 0.0655 ③ 0.0919
 ④ 0.1359 ⑤ 0.1525

16. 수열 $\{a_n\}$ 의 각 항이

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 1+3 \\ a_3 &= 1+3+5 \\ &\vdots \\ a_n &= 1+3+5+\dots+(2n-1) \\ &\vdots \end{aligned}$$

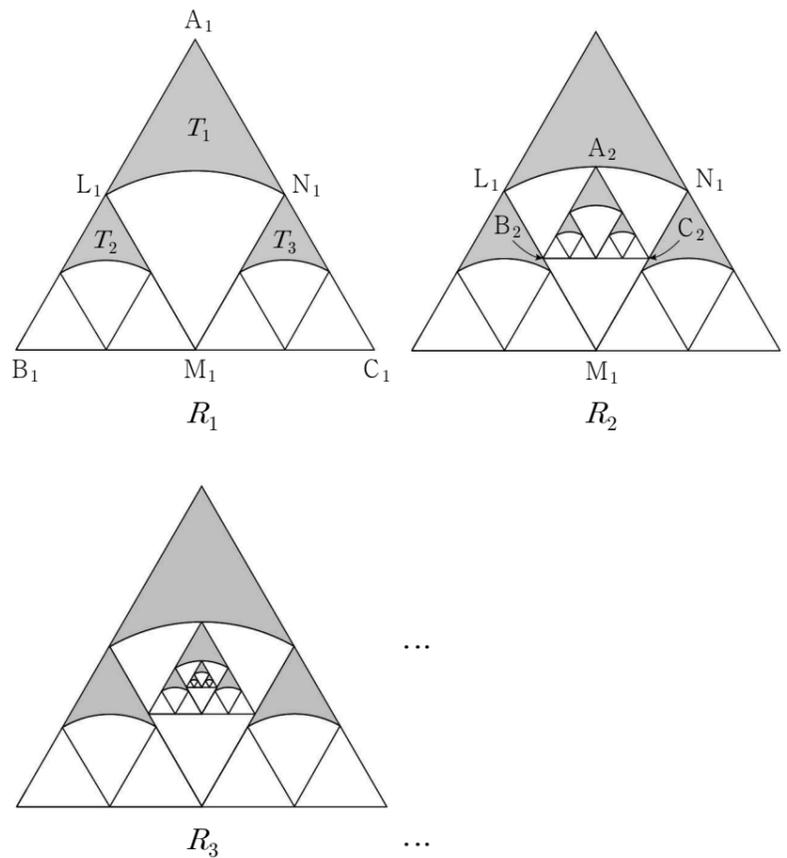
일 때, $\log_4(2^{a_1} \times 2^{a_2} \times 2^{a_3} \times \dots \times 2^{a_{12}})$ 의 값은? [4점]

- ① 315 ② 320 ③ 325 ④ 330 ⑤ 335

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 4)$ 에서의 접선이
점 $(-1, 1)$ 에서 이 곡선과 만날 때, $f'(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.
세 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 의 중점을 각각 L_1, M_1, N_1 이라
하고, 중심이 M_1 , 반지름의 길이가 $\overline{M_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가
 60° 인 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 을 그린 후 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 의
호 N_1L_1 과 두 선분 A_1L_1, A_1N_1 로 둘러싸인 부분인 \triangle 모양
의 도형을 T_1 이라 하자. 두 정삼각형 $L_1B_1M_1$ 과 $N_1M_1C_1$ 에
도형 T_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 각각의
부채꼴의 호와 두 선분으로 둘러싸인 부분인 \triangle 모양의 도형을
각각 T_2, T_3 이라 하자. 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에서
세 도형 T_1, T_2, T_3 으로 이루어진 \triangle 모양의 도형에
색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 의 호 N_1L_1 을 이등분하는 점을
 A_2 라 할 때, 부채꼴 $M_1N_1L_1$ 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를
그리고 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는
 \triangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어
있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$ ② $\frac{13(3\sqrt{3}-\pi)}{44}$ ③ $\frac{7(3\sqrt{3}-\pi)}{22}$
④ $\frac{15(3\sqrt{3}-\pi)}{44}$ ⑤ $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$

19. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 x_1, x_2, x_3 이라 하고, 이 세 수 x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값과 최솟값의 차를 확률변수 X 라 하자. 예를 들어 $P(X=1) = \frac{5}{36}$ 이다. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정의 일부이다.

세 수 x_1, x_2, x_3 을 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 과 같이 나타내자. 세 수 x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값을 p , 최솟값을 q 라 하고 $p - q = k$ 라 하자.

(1) $k=0$ 일 때
 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는 (가)이고,

$$P(X=0) = \frac{1}{6^3} \times \text{(가)}$$

(2) $k \neq 0$ 일 때
 i) $k=1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는

$$5 \times \left(\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} \right)$$
 이다.
 ii) $k=2$ 를 만족시키는 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는

$$4 \times \left(\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! \right)$$
 이다.
 \vdots
 그러므로 $1 \leq k \leq 5$ 일 때, 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는

$$(6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + \text{(나)} \times 3! \right\}$$
 이고

$$P(X=k) = \frac{1}{6^3} \times (6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + \text{(나)} \times 3! \right\}$$

(1), (2)에 의하여 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{k=0}^5 \{k \times P(X=k)\} = \frac{1}{6^2} \sum_{k=1}^5 \text{(다)} = \frac{35}{12}$$

위의 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $\frac{f(5) \times g(3)}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

20. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$g(x) = \int_0^x tf(t) dt$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g'(0) = 0$

ㄴ. 양수 α 에 대하여 $g(\alpha) = 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, \alpha)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

ㄷ. 양수 β 에 대하여 $f(\beta) = g(\beta) = 0$ 이면 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{\beta}^x tf(t) dt \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 사차방정식

$$(x-1)\{x^2(x-3)-t\} = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 다항함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^4} = 0$
(나) $g(-3) = 6$

함수 $f(t)g(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

단답형

22. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 8$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

23. ${}_5P_2 + {}_4C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x+6 & (x < 2) \\ x^2+ax-4 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 함수 $f(x) = \int_0^x (3t^2+5) dt$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

26. 첫째항이 2, 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = 4n^3 + 3n^2 - n \text{ 일 때, } b_5 \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 만나는 서로 다른 세 점의 x 좌표가 $-2t, 0, t$ 일 때, $f'(4)$ 의 최댓값을 구하시오.

[4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수의 개수를 구하시오.

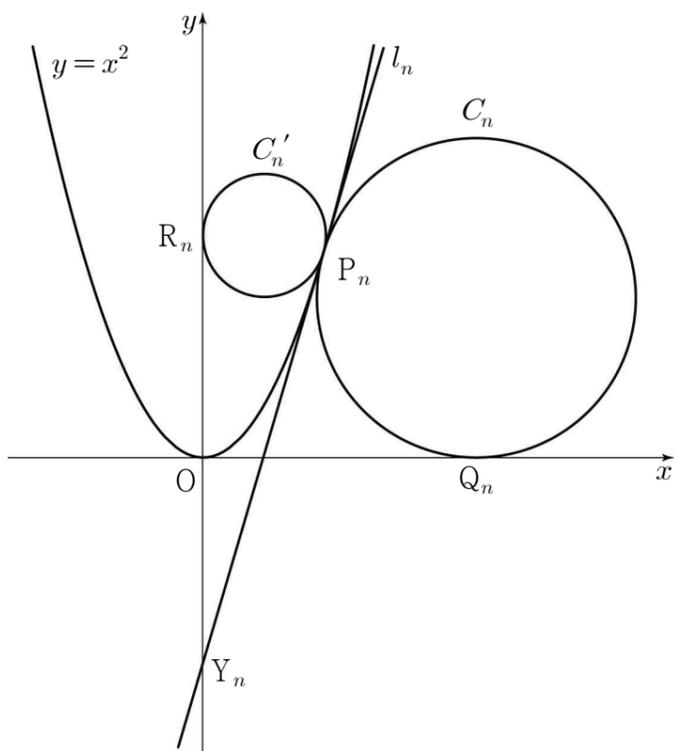
[4점]

- (가) 네 자리의 홀수이다.
- (나) 각 자리의 수의 합이 8보다 작다.

29. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P_n(n, n^2)$ 에서의 접선을 l_n 이라 하고, 직선 l_n 이 y 축과 만나는 점을 Y_n 이라 하자. x 축에 접하고 점 P_n 에서 직선 l_n 에 접하는 원을 C_n , y 축에 접하고 점 P_n 에서 직선 l_n 에 접하는 원을 C'_n 이라 할 때, 원 C_n 과 x 축과의 교점을 Q_n , 원 C'_n 과 y 축과의 교점을 R_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{OQ_n}{Y_n R_n} = \alpha$ 라 할 때, 100α 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 점 Q_n 의 x 좌표와 점 R_n 의 y 좌표는 양수이다.)

[4점]



30. 좌표평면에서 2 이상의 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

에 속하는 점 중에서 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 두 점을 동시에 선택하는 경우의 수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 두 점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수이다.
- (나) 두 점의 중점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수이다.

예를 들어 $f(4) = 9$ 이다. $f(n) \leq 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.