

2017학년도 4월 고3 전국연합학력평가

정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

[나형]

1	②	2	③	3	③	4	④	5	⑤
6	①	7	②	8	⑤	9	①	10	④
11	③	12	⑤	13	①	14	④	15	③
16	②	17	①	18	②	19	⑤	20	④
21	②	22	7	23	12	24	9	25	92
26	3	27	120	28	5	29	19	30	760

1. [출제의도] 치수 계산하기

$$\frac{3}{2} \times 4^{-1} = 4^{\frac{3}{2}-1} = 4^{\frac{1}{2}}$$

2. [출제의도] 집합의 연산 계산하기

$$A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 3$$

3. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + n}{n^2 + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{5}{n^2}} = 7$$

4. [출제의도] 역함수 이해하기

$$f(8) = 2$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 8$$

5. [출제의도] 등차수열의 합 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_{10} = \frac{10 \times (2 \times 3 + (10-1) \times 2)}{2} = 120$$

6. [출제의도] 무리함수의 그래프 이해하기

좌표평면에서 무리함수 $y = \sqrt{x+4} + a$ 의 그래프가 점 $(5, 7)$ 을 지나므로 $7 = \sqrt{5+4} + a$

$$\therefore a = 4$$

점 $(0, b)$ 를 지나므로 $b = \sqrt{0+4} + 4 = 6$

따라서 $a+b = 10$

7. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 + 0 = 2$$

8. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$$\alpha + \beta = 18, \alpha \beta = 6$$

$$\log_2(\alpha + \beta) - 2\log_2\alpha\beta$$

$$= \log_2 18 - \log_2 6^2 = \log_2 \frac{18}{36} = \log_2 \frac{1}{2} = -1$$

9. [출제의도] 이항정리 이해하기

다항식 $(x+3)^n$ 의 전개식의 일반항은 ${}_nC_r x^r 3^{n-r}$

상수항이 81이므로 $r=0$ 일 때, ${}_nC_0 \times 3^n = 81$

따라서 $n=4$

$(x+3)^4$ 의 전개식에서 x 항은 ${}_4C_1 \times x \times 3^3 = 4 \times 27 \times x = 108x$

따라서 x 의 계수는 108

10. [출제의도] 수열의 합 이해하기

$$\sum_{n=1}^{10} (3a_n + b_n - 2) = 3 \sum_{n=1}^{10} a_n + \sum_{n=1}^{10} b_n - \sum_{n=1}^{10} 2$$

$$= 3 \times 9 + 7 - 2 \times 10$$

$$= 14$$

11. [출제의도] 자연수의 분할 이해하기

구하는 경우의 수는 9를 3개의 자연수로 분할하는 경우의 수와 같다.

$$\begin{aligned} 9 &= 7+1+1 \\ &= 6+2+1 \\ &= 5+3+1 \\ &= 5+2+2 \\ &= 4+4+1 \\ &= 4+3+2 \\ &= 3+3+3 \end{aligned}$$

따라서 구하는 경우의 수는 7

12. [출제의도] 수열의 극한의 성질 이해하기

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3n} \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{b_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{3n} \times \frac{2n+3}{b_n} \right) = 12 \\ \frac{a_n}{3n} \times \frac{2n+3}{b_n} &= c_n \text{이라 하면 } \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 12 \\ \frac{a_n}{b_n} &= c_n \times \frac{3n}{2n+3} \text{이므로} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(c_n \times \frac{3n}{2n+3} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} c_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{2n+3} \\ &= 12 \times \frac{3}{2} = 18 \end{aligned}$$

13. [출제의도] 로그의 정의 이해하기

a 가 밀이므로 $a > 0, a \neq 1 \dots \textcircled{1}$

진수 $x^2 + 2ax + 5a$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 5a > 0$ 이므로

관별식 $D = 4a^2 - 20a = 4a(a-5) < 0$

$0 < a < 5 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $0 < a < 5, a \neq 1$

따라서 정수 a 는 2, 3, 4이고 합은 9

14. [출제의도] 유리함수의 그래프 이해하기

유리함수 $y = \frac{4x+1}{2x+a}$ 은 $y = \frac{1-2a}{2x+a} + 2$ 이므로

두 점근선의 방정식은 $x = -\frac{a}{2}, y = 2$

두 점근선의 교점은 $\left(-\frac{a}{2}, 2\right)$

점 $\left(-\frac{a}{2}, 2\right)$ 가 직선 $y = x + 1$ 위에 있으므로

$$2 = -\frac{a}{2} + 1$$

$$\therefore a = -2$$

15. [출제의도] 집합의 연산을 활용하여 문제해결하기

학생 50명 전체집합을 U 라 하면 $n(U) = 50$

현혈을 희망한 학생들의 집합을 A 라 하면 $n(A) = 28$

환경보호활동을 희망한 학생들의 집합을 B 라 하면 $n(B^c) = 10$ 이므로 $n(B) = 40$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 에서

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$$= 28 + 40 - n(A \cup B)$$

$$= 68 - n(A \cup B)$$

$n(A \cup B)$ 는 $A \subset B$ 일 때, 최댓값 40을 갖는다.

따라서 $n(A \cap B)$ 의 최댓값은 28

$n(A \cup B)$ 는 $A \cup B = U$ 일 때, 최댓값 50을 갖는다.

따라서 $n(A \cap B)$ 의 최댓값은 18

$$\therefore M+m = 28+18 = 46$$

16. [출제의도] 급수와 일반항의 관계 이해하기

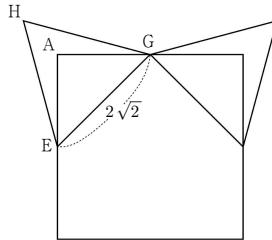
$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n a_n - 2^{n+1}}{2^n + 1} &= 1 \text{이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n a_n - 2^{n+1}}{2^n + 1} = 0 \\ \frac{2^n a_n - 2^{n+1}}{2^n + 1} &= b_n \text{이라 하면 } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \\ a_n &= \frac{(2^n + 1)b_n + 2^{n+1}}{2^n} \text{이므로} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2^n + 1)b_n + 2^{n+1}}{2^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2^n} \right) b_n + 2 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2^n} \right) b_n + 2 = 2 \end{aligned}$$

17. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 추론하기

$$\begin{aligned} (\text{i}) \quad \sqrt{\frac{2^a \times 5^b}{2}} &= 2^{\frac{a-1}{2}} \times 5^{\frac{b}{2}} \text{이 자연수이므로} \\ a-1 &= 2m, a = 2m+1 (m \text{은 음이 아닌 정수}) \\ a = 1, 3, 5, \dots & \\ b = 2n (n \text{은 자연수}) & \\ b = 2, 4, 6, \dots & \\ (\text{ii}) \quad \sqrt[3]{\frac{3^b}{2^{a+1}}} &= \frac{3^{\frac{b}{3}}}{2^{\frac{a+1}{3}}} \text{이 유리수이므로} \\ a+1 &= 3k, a = 3k-1 (k \text{는 자연수}) \\ a = 2, 5, 8, \dots & \\ b = 3l (l \text{은 자연수}) & \\ b = 3, 6, 9, \dots & \\ (\text{i}), (\text{ii}) \text{에 의하여} & \\ a \text{의 최솟값은 } 5, b \text{의 최솟값은 } 6 & \\ \text{따라서 } a+b \text{의 최솟값은 } 11 & \end{aligned}$$

18. [출제의도] 동비급수를 활용하여 문제해결하기

그림 R_1 에서



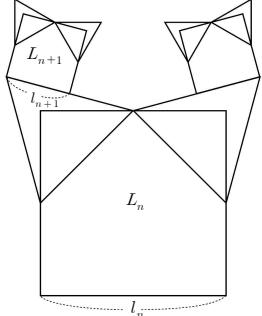
S_1 은 정삼각형 EGH의 넓이에서 삼각형 EGA의 넓이를 뺀 값의 2배이므로

$$S_1 = 2 \times \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \right\}$$

$$= 2 \times (2\sqrt{3} - 2)$$

$$= 4(\sqrt{3} - 1)$$

다음은 그림 R_{n+1} 의 일부이다.



정사각형 L_n 의 한 변의 길이를 l_n 이라 하면
정사각형 L_{n+1} 의 한 변의 길이

$$l_{n+1} = \frac{l_n}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} l_n$$

정사각형 L_n 과 정사각형 L_{n+1} 은 서로 닮음이고

$$\text{닮음비는 } l_n : l_{n+1} = 1 : \frac{\sqrt{2}}{4}$$

그러므로 그림 R_n 과 R_{n+1} 에서 새로 얻어진

모양의 도형도 서로 닮음이고

$$\text{닮음비가 } 1 : \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ 이므로 넓이의 비는 } 1 : \frac{1}{8} \text{ 이다.}$$

또 새로 얻어지는 모양의 도형의 개수가 2배씩 늘어나므로

S_n 은 첫째항이 $4(\sqrt{3}-1)$ 이고 공비가 $\frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{16}{3}(\sqrt{3}-1)$$

19. [출제의도] 명제를 활용하여 추론하기

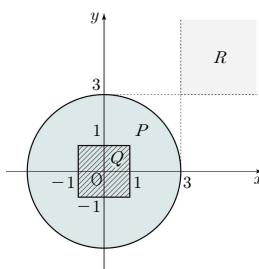
두 실수 x, y 에 대한 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면

$$P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9\},$$

$$Q = \{(x, y) \mid |x| \leq 1 \text{이고 } |y| \leq 1\},$$

$$R = \{(x, y) \mid x > 3 \text{이고 } y > 3\} \text{이므로}$$

P, Q, R 은 좌표평면에 나타내면 그림과 같다.



ㄱ. $Q \subset P$ 이므로 $q \rightarrow p$ 는 참이다.

ㄴ. $P \subset R^C$ 이므로 $p \rightarrow r$ 은 참이다.

ㄷ. $R \subset Q^C$ 이므로 $r \rightarrow q$ 은 참이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

20. [출제의도] 순열 추론하기

(i) 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 모든 경우의 수는 216이다.

(ii) 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수의 합이 홀수인 경우는 1, 3, 5 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택한 후 일렬로 배열하는 중복순열과 같으므로 이 경우의 수는 ${}^3\Pi_3 = 3^3 = \boxed{27}$ 이다.

(iii) 6 이하의 짝수는 2, 4, 6이므로

$$\text{세 수의 합이 2인 경우의 수는 } 2, 1, 1 \text{을 일렬로 배열하는 순열의 수와 같으므로 } \frac{3!}{2!} = 3$$

4인 경우의 수는 4, 1, 1 또는 2, 2, 1을 일렬로 배열하는 순열의 수와 같으므로

$$\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} = 3 + 3 = 6$$

6인 경우의 수는 6, 1, 1 또는 3, 2, 1을 일렬로 배열하는 순열의 수와 같으므로

$$\frac{3!}{2!} + 3! = 3 + 6 = 9 \text{이다.}$$

그러므로 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수의 합이 6 이하의 짝수인 경우의 수는

$$216 - 27 - 18 = \boxed{171} \text{이다.}$$

21. [출제의도] 함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

삼각형 POQ가 이등변삼각형이므로

점 Q의 좌표는 $(2t, 0)$

삼각형 POQ의 넓이는

$$S(t) = \frac{1}{2} \times 2t \times t^2 = t^3$$

삼각형 PRO가 이등변삼각형이므로 선분 OP의 수직이등분선이 y 축과 만나는 점이 R이다.

$$\text{선분 OP의 중점을 M이라 하면 } M\left(\frac{t}{2}, \frac{t^2}{2}\right) \text{이고}$$

직선 MR의 기울기는 $-\frac{1}{t}$ 이므로

직선 MR의 방정식은

$$y - \frac{t^2}{2} = -\frac{1}{t}(x - \frac{t}{2})$$

$$y = -\frac{1}{t}x + \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore R\left(0, \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

삼각형 PRO의 넓이는

$$T(t) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}\right) \times t = \frac{1}{4}(t^3 + t)$$

$$\text{따라서 } \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{T(t) - S(t)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{4}(t^3 + t) - t^3}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \left(-\frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

22. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+6) = 7$$

23. [출제의도] 등차중항 이해하기

a_4 는 a_2 와 a_6 의 등차중항이므로

$$2a_4 = a_2 + a_6 = 8 + 16$$

$$\therefore a_4 = 12$$

24. [출제의도] 절대부등식 이해하기

$a > 0$ 이므로

$$(a+4)\left(\frac{1}{a} + 1\right) = 1 + a + \frac{4}{a} + 4 \geq 5 + 2\sqrt{a \times \frac{4}{a}} = 5 + 4 = 9$$

(단, 등호는 $a = 2$ 일 때 성립한다.)

따라서 최솟값은 9

25. [출제의도] 수열의 균납적 정의를 활용하여 추론하기

$$a_{n+1} = 2(a_n + 2) \text{의 } n \text{에 } 1, 2, 3, 4 \text{를 차례로 대입하면}$$

$$a_2 = 2(a_1 + 2) = 2 \times (2 + 2) = 8$$

$$a_3 = 2(a_2 + 2) = 2 \times (8 + 2) = 20$$

$$a_4 = 2(a_3 + 2) = 2 \times (20 + 2) = 44$$

$$a_5 = 2(a_4 + 2) = 2 \times (44 + 2) = 92$$

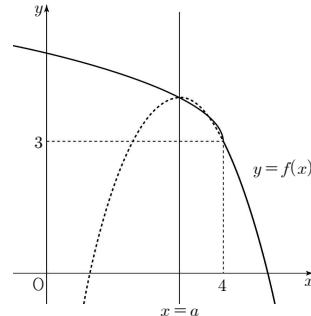
26. [출제의도] 일대일 대응을 활용하여 문제해결하기

함수 $f(x)$ 가 일대일 대응이 되기 위해서는

$$\text{곡선 } y = -(x-a)^2 + 4(x \geq 4) \text{가 점 } (4, 3) \text{을}$$

지나야 하고, 곡선 $y = -(x-a)^2 + 4$ 의

축이 $x = a$ 이므로 $a \leq 4$ 이다.



$$3 = -(4-a)^2 + 4$$

$$a^2 - 8a + 15 = 0$$

$$(a-3)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = 5$$

$$a \leq 4 \text{이므로 } a = 3$$

27. [출제의도] 수열의 합을 활용하여 문제해결하기

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)a_k = n(n+1)(4n-1) = S_n \text{이라 하면}$$

수열의 합과 일반항 사이의 관계에 의하여 $n \geq 2$ 일 때

$$(2n-1)a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n(n+1)(4n-1) - (n-1)n(4n-5)$$

$$= n(12n-6)$$

$$= 6n(2n-1)$$

$$a_n = 6n(n \geq 2), a_1 = S_1 = 6$$

$$\therefore a_n = 6n(n \geq 1)$$

$$\text{따라서 } a_{20} = 120$$

28. [출제의도] 수열의 극한을 활용하여 문제해결하기

$$\text{직선 } x = 1 \text{이 두 곡선 } y = \frac{4}{x}, y = -\frac{6}{x} \text{과 만나는 점 A의 좌표는 } (1, 4), \text{ 점 B의 좌표는 } (1, -6)$$

직선 $x = n+1$ 이 곡선 $y = \frac{4}{x}$ 와 만나는

점 P_n 의 좌표는 $\left(n+1, \frac{4}{n+1}\right)$

직선 $x = n+1$ 이 곡선 $y = -\frac{6}{x}$ 과 만나는

점 Q_n 의 좌표는 $\left(n+1, -\frac{6}{n+1}\right)$

사다리꼴 ABQ_nP_n 의 넓이는

$$S_n = \frac{1}{2} \times n \times \left(10 + \frac{4}{n+1} + \frac{6}{n+1}\right) \text{이므로}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n} \left(10 + \frac{4}{n+1} + \frac{6}{n+1}\right) = 5$$

29. [출제의도] 함수의 연속을 활용하여 문제해결하기

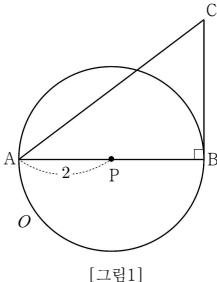
[그림1]과 같이 $x=2$ 일 때,

원 O 가 삼각형 ABC와 만나는 서로 다른 점의 개수는 3이다.

$$\therefore f(2)=3$$

$0 < x < 2$ 에서 원 O 가 삼각형 ABC와 만나는 서로 다른 점의 개수는 2이다.

$$\therefore f(x)=2(0 < x < 2)$$



[그림1]

[그림2]와 같이 원 O 가 선분 AC에 접할 때, 접하는 점을 H라 하면 삼각형 AHP와 삼각형 ABC는 닮음이므로

$$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AP} : \overline{HP}$$

$$5 : 3 = x : 2$$

$$x = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{10}{3} \text{ 일 때, } f\left(\frac{10}{3}\right) = 3$$

$2 < x < \frac{10}{3}$ 에서 원 O 가 삼각형 ABC와

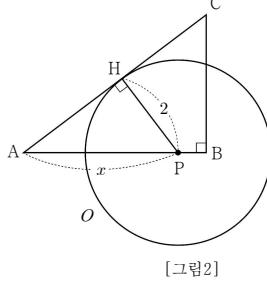
만나는 서로 다른 점의 개수는 4이다.

$$\therefore f(x)=4(2 < x < \frac{10}{3})$$

$\frac{10}{3} < x < 4$ 에서 원 O 가 삼각형 ABC와

만나는 서로 다른 점의 개수는 2이다.

$$\therefore f(x)=2(\frac{10}{3} < x < 4)$$

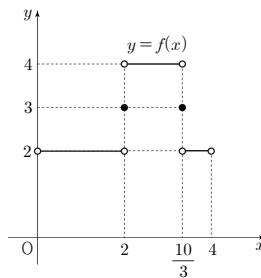


[그림2]

따라서

$$f(x)=\begin{cases} 2 & (0 < x < 2) \\ 3 & (x=2) \\ 4 & (2 < x < \frac{10}{3}) \\ 3 & (x=\frac{10}{3}) \\ 2 & (\frac{10}{3} < x < 4) \end{cases}$$

함수 $y=f(x)$ 를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



함수 $f(x)$ 가 $x=2$, $x=\frac{10}{3}$ 에서 불연속이므로

모든 실수 a 의 값의 합은 $2 + \frac{10}{3} = \frac{16}{3}$ 이다.

$$\therefore p=3, q=16$$

따라서 $p+q=19$

30. [출제의도] 중복조합을 활용하여 추론하기

자연수 n 에 대하여 0부터 n 까지 정수가 하나씩

적힌 $(n+1)$ 개의 공이 들어 있는 상자에서

한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인하고 다시 넣는 5번의 과정 중 m 번째 꺼낸 공에 적힌 수를 $f(m)$ 이라 할 때,

조건 (가)에 의하여

$$f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$$

조건 (나)에 의하여 $f(3)=f(1)+1$

$$f(1)=a(a=0, 1, 2, \dots, n-1) \text{이라 하면}$$

$$f(3)=a+1$$

$$a \leq f(2) \leq a+1 \leq f(4) \leq f(5)$$

(i) $a=0$ 일 때,

$$0 \leq f(2) \leq 1 \leq f(4) \leq f(5)$$

$f(2)$ 를 선택하는 경우는 0 또는 1의 두 가지이고

$f(4), f(5)$ 를 선택하는 경우의 수는

1, 2, 3, ..., n 중에서 중복을 허락하여 2개를

선택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_nH_2 = {}_{n+1}C_2$$

$$\therefore 2 \times {}_{n+1}C_2$$

(ii) $a=1$ 일 때,

$$1 \leq f(2) \leq 2 \leq f(4) \leq f(5)$$

$f(2)$ 를 선택하는 경우는 1 또는 2의 두 가지이고

$f(4), f(5)$ 를 선택하는 경우의 수는

2, 3, 4, ..., n 중에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_{n-1}H_2 = {}_nC_2$$

$$\therefore 2 \times {}_nC_2$$

(iii) $a=k$ 일 때,

$$k \leq f(2) \leq k+1 \leq f(4) \leq f(5)$$

$f(2)$ 를 선택하는 경우는 k 또는 $k+1$ 의 두 가지이고

$f(4), f(5)$ 를 선택하는 경우의 수는

$k+1, k+2, k+3, \dots, n$ 중에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_{n-k}H_2 = {}_{n+k+1}C_2$$

$$\therefore 2 \times {}_{n+k+1}C_2$$

$0 \leq k \leq n-1$ 이므로

$$a_n = 2({}_{n+1}C_2 + {}_nC_2 + {}_{n-1}C_2 + \dots + {}_3C_2 + {}_2C_2)$$

$$= 2({}_3C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + \dots + {}_nC_2 + {}_{n+1}C_2)$$

$$= 2({}_3C_3 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + \dots + {}_nC_2 + {}_{n+1}C_2)$$

한편, ${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$ ($1 \leq r \leq n$)이므로

$$a_n = 2 \times {}_{n+2}C_3 = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{18} \frac{a_n}{n+2} = \sum_{n=1}^{18} \frac{n(n+1)}{3} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{18} (n^2 + n)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{18 \times 19 \times 37}{6} + \frac{18 \times 19}{2} \right) = 760$$

[다른 풀이]

자연수 n 에 대하여 0부터 n 까지 정수가 하나씩

적힌 $(n+1)$ 개의 공이 들어 있는 상자에서

한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인하고 다시

넣는 5번의 과정 중 m 번째 꺼낸 공에 적힌 수를 $f(m)$ 이라 할 때,

조건 (가)에 의하여

$$f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$$

조건 (나)에 의하여 $f(3)=f(1)+1$

$$f(1)=a(a=0, 1, 2, \dots, n-1) \text{이라 하면}$$

$$f(3)=a+1$$

$$a \leq f(2) \leq a+1 \leq f(4) \leq f(5)$$

(i) $f(2)$ 를 선택하는 경우는

$$f(2)=a \text{ 또는 } f(2)=a+1 \text{이므로}$$

이 경우의 수는 2 ①

(ii) $f(3)$ 이 결정되면 $f(1)$ 은 유일하므로

$f(3), f(4), f(5)$ 를 선택하는 경우만 고려하면 된다.

$$f(3)=a+1 \geq 1 \text{이므로}$$

$f(3), f(4), f(5)$ 를 선택하는 경우는

1부터 n 까지 수 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하는 중복조합의 수와 같다.

이 경우의 수는 ${}_nH_3$ ②

①, ②에 의하여

$$a_n = 2 \times {}_nH_3 = 2 \times {}_{n+2}C_3 = 2 \times \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{18} \frac{a_n}{n+2} = 760$$