

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 4^{-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 두 집합

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

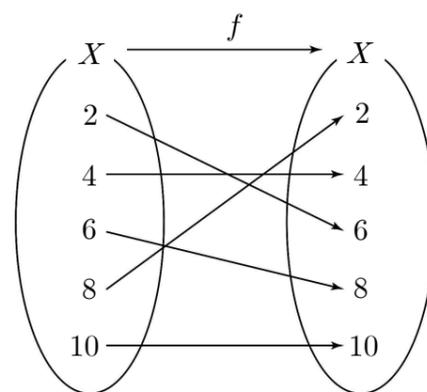
에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + n}{n^2 + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

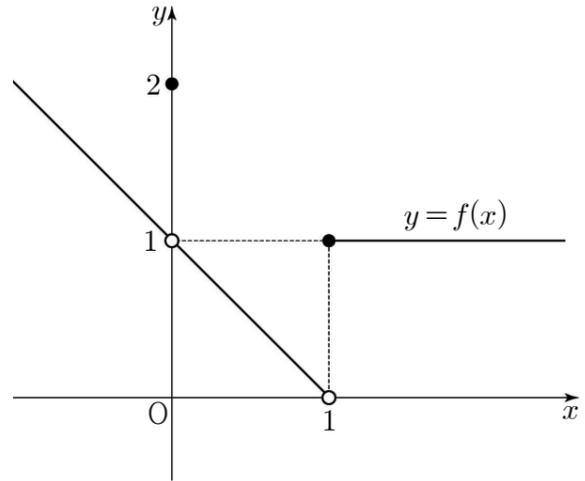
5. 첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은? [3점]

- ① 80 ② 90 ③ 100 ④ 110 ⑤ 120

6. 좌표평면에서 무리함수 $y = \sqrt{x+4} + a$ 의 그래프가 두 점 $(5, 7)$ 과 $(0, b)$ 를 지날 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 이차방정식 $x^2 - 18x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\log_2(\alpha + \beta) - 2\log_2\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 다항식 $(x+3)^n$ 의 전개식에서 상수항이 81일 때, x 의 계수는?
 [3점]

- ① 108 ② 114 ③ 120 ④ 126 ⑤ 132

10. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 9, \quad \sum_{n=1}^{10} b_n = 7$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (3a_n + b_n - 2)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

11. 같은 종류의 컴퓨터용 사인펜 9자루를 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 빈 필통이 없도록 넣는 경우의 수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3n} = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{b_n} = 6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값은? (단, $b_n \neq 0$) [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

13. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_a(x^2 + 2ax + 5a)$ 가 정의되기 위한 모든 정수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

14. 좌표평면에서 함수 $y = \frac{4x+1}{2x+a}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점이 직선 $y = x + 1$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

15. 어느 고등학교 학생 50명을 대상으로 헌혈과 환경보호활동에 대한 참가 희망 조사를 한 결과에 대하여 두 사람이 다음과 같이 말하였다.



두 사람의 말이 모두 참일 때, 헌혈과 환경보호활동을 모두 희망한 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

16. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n a_n - 2^{n+1}}{2^n + 1} = 1 \text{ 일 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 두 자연수 a, b 에 대하여

$$\sqrt{\frac{2^a \times 5^b}{2}} \text{ 이 자연수, } \sqrt[3]{\frac{3^b}{2^{a+1}}} \text{ 이 유리수}$$

일 때, $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서

선분 AB, 선분 CD, 선분 DA의 중점을 각각 E, F, G라 하자.

선분 EG를 한 변으로 하고 점 A가 내부에 있도록

정삼각형 EGH를 그리고, 선분 GF를 한 변으로 하고 점 D가

내부에 있도록 정삼각형 GFI를 그린다. 두 정삼각형 EGH,

GFI의 내부와 정사각형 ABCD의 외부의 공통부분인

∩모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 HG의 중점을 M, 선분 IG의 중점을 N이라

하고, 선분 HM을 한 변으로 하는 정사각형 T_1 과 선분 IN을

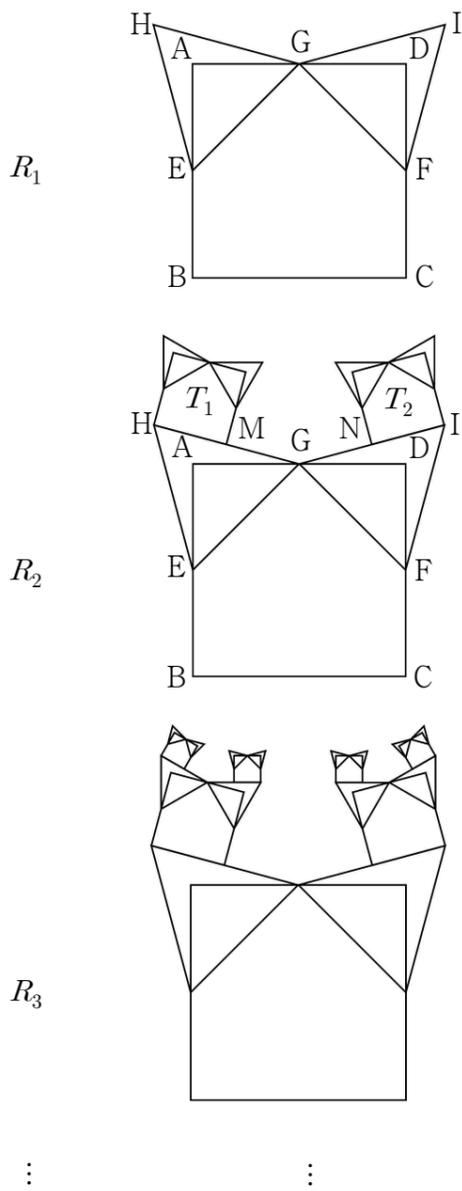
한 변으로 하는 정사각형 T_2 를 각각 정사각형 ABCD와 만나지

않게 그린다. 정사각형 T_1, T_2 에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과

같은 방법으로 ∩모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{14}{3}(\sqrt{3}-1)$ ② $\frac{16}{3}(\sqrt{3}-1)$ ③ $6(\sqrt{3}-1)$
 ④ $\frac{20}{3}(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $\frac{22}{3}(\sqrt{3}-1)$

19. 두 실수 x, y 에 대한 세 조건

$$p: x^2 + y^2 \leq 9,$$

$$q: |x| \leq 1 \text{이고 } |y| \leq 1,$$

$$r: x > 3 \text{이고 } y > 3$$

에 대하여 <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

< 보 기 >

㉠. $q \rightarrow p$

㉡. $p \rightarrow \sim r$

㉢. $r \rightarrow \sim q$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

20. 다음은 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 8 이상의 짝수인 경우의 수를 구하는 과정이다.

(i) 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 모든 경우의 수는 216이다.

(ii) 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 홀수인 경우는 1, 3, 5 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택한 후 일렬로 배열하는 중복순열과 같으므로 이 경우의 수는 (가)이다.

(iii) 6 이하의 짝수는 2, 4, 6이므로
 세 수의 곱이 2인 경우는 2, 1, 1을 일렬로 배열하는 순열,
 세 수의 곱이 4인 경우는 4, 1, 1 또는 2, 2, 1을 일렬로 배열하는 순열,
 세 수의 곱이 6인 경우는 6, 1, 1 또는 3, 2, 1을 일렬로 배열하는 순열이다.
 그러므로 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 6 이하의 짝수인 경우의 수는 (나)이다.

따라서 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 8 이상의 짝수인 경우의 수는 (다)이다.

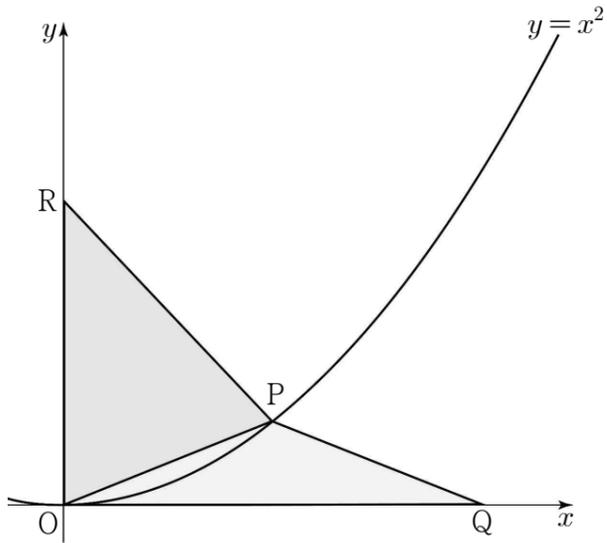
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $3a + 2b + c$ 의 값은? [4점]

- ① 282 ② 284 ③ 286 ④ 288 ⑤ 290

21. 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P(t, t^2) (t > 0)$ 에 대하여 x 축 위의 점 Q , y 축 위의 점 R 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 POQ 는 $\overline{PO} = \overline{PQ}$ 인 이등변삼각형이다.
 (나) 삼각형 PRO 는 $\overline{RO} = \overline{RP}$ 인 이등변삼각형이다.

삼각형 POQ 와 삼각형 PRO 의 넓이를 각각 $S(t)$, $T(t)$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{T(t) - S(t)}{t}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 8$, $a_6 = 16$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

24. 양수 a 에 대하여 $(a+4)\left(\frac{1}{a}+1\right)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = 2(a_n + 2)$$

를 만족시킨다. a_5 의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x} + 3 & (x < 4) \\ -(x-a)^2 + 4 & (x \geq 4) \end{cases}$$

가 일대일 대응이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)a_k = n(n+1)(4n-1)$$

일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

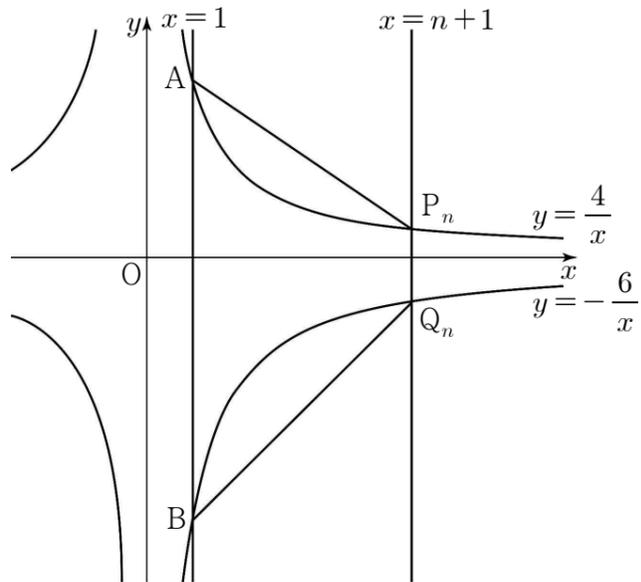
28. 그림과 같이 직선 $x=1$ 이 두 곡선 $y = \frac{4}{x}$, $y = -\frac{6}{x}$ 과 만나는

점을 각각 A, B라 하자. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n+1$ 이

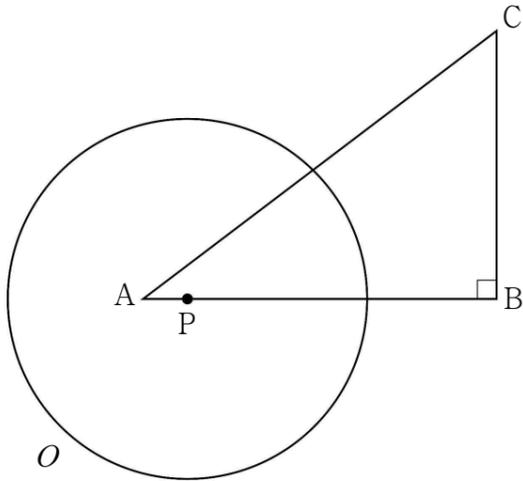
두 곡선 $y = \frac{4}{x}$, $y = -\frac{6}{x}$ 과 만나는 점을 각각 P_n , Q_n 이라 할 때,

사다리꼴 ABQ_nP_n 의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=3$, $\angle B=90^\circ$ 인 삼각형 ABC의 변 AB 위를 움직이는 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 O가 있다. $\overline{AP}=x(0 < x < 4)$ 라 할 때, 원 O가 삼각형 ABC와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이 되는 모든 실수 a 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 0부터 n 까지 정수가 하나씩 적힌 $(n+1)$ 개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인하고 다시 넣는 과정을 5번 반복할 때, 확인한 5개의 수가 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 a_n 이라 하자.

- (가) 꺼낸 공에 적힌 수는 먼저 꺼낸 공에 적힌 수보다 작지 않다.
- (나) 세 번째 꺼낸 공에 적힌 수는 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수보다 1이 더 크다.

$\sum_{n=1}^{18} \frac{a_n}{n+2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.