2017년 9급 서울시 수학 A형 해설지
남부고시 수학 유상현팀

1 정답 1

$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(8) = 8a + 2$

$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3a+2) = 6a + 4$

$8a + 2 = 6a + 4$

$a = 1$

2 정답 3

식의 양 변에 $x = \frac{1}{2}$를 대입하면

$f(1) = 1$

$f(1) = 1$이므로 $f^{-1}(1) = 1$

$f(1) + f^{-1}(1) = 2$

3 정답 4

3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수를

수열로 표현하면 $a_n = 3n - 1$

100이하의 자연수 이므로 마지막 항은 $a_{33} = 98$

$\frac{(2+98)}{2} \times 33 = 1650$

4 정답 2

$n(\text{영} \cup \text{수}) = n(\text{영}) + n(\text{수}) - n(\text{수} \cap \text{영})$

$n(\text{수}) - n(\text{수} \cap \text{영}) = n(\text{영} \cup \text{수}) - n(\text{영}) = 80 - 54 = 26$

5 정답 5

$4^{\frac{1}{6}} = t$라 하면 $4^{-\frac{1}{6}} = t^{-1}$

$x = t + t^{-1}$

$x^3 = t^3 + t^{-3} + 3(t + t^{-1})$

$\quad = t^3 + t^{-3} + 3x$

$2x^3 - 6x = 2(t^3 + t^{-3}) = 4^{\frac{1}{2}} + 4^{-\frac{1}{2}} = 2(2 + \frac{1}{2}) = 5$

6 정답 4

$\frac{1}{\log_2 b} + \frac{1}{\log_4 b} + \frac{1}{\log_8 b} = \log_b 2 + \log_b 4 + \log_b 8 = \log_b 2^6$

$\frac{2}{\log_a b} = 2\log_b a = \log_b a^2$

$\log_b 2^6 = \log_b a^2$

$a = 8$

7 정답 1

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^3 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{f'(x^2) \cdot 2x}{3x^2} = \frac{2}{3} f'(1)$

$f'(x) = 2x + 1$

$\frac{2}{3} f'(1) = 2$

8 정답 1

$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} \cdot 2 = 2f'(3) = 10$

$f'(3) = 5$

$f'(x) = 2x + a$

$f'(3) = 6 + a = 5$

$a = -1$

9 정답 1

$(x^3 + 1) f(x) = \frac{2x - x^2(x-1)}{2(x-1)} = \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)}$

$f(x) = \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)(x^3+1)} = \frac{-x(x-2)}{2(x-1)(x^2-x+1)} \quad (x \neq -1)$

$f(x)$는 $x = -1$에서 연속이므로

$f(-1) = \lim_{x \to -1} f(x) = \frac{1}{4}$

10 정답 3

$\int_0^2 f(t)dt = k$라 하면, $f(x) = x^3 - x + k$

$\int_0^2 f(t)dt = \int_0^2 (t^3 - t + k)dt$

$\quad = \left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2 + kt\right]_0^2$

$\quad = 2 + 2k = k$

$k = -2$

$f(x) = x^3 - x - 2$

$f(3) = 22$

11 정답 1

$f'(x)=4x^3+4=4(x^3+1)$

$x=-1$에서 극솟값을 갖는다.

$f(-1)=-a^2+4a+5>0$

$(a-5)(a+1)<0$

$a=0,1,2,3,4$

a의 합=10

12 정답 1

$\overline{PQ}=2\sqrt{2}$

$\overline{PQ}$를 지나는 직선의 방정식은 $y=x-6$

직선부터 원 위의 한 점까지의 최솟값

= 중심-직선까지거리 - 반지름

$\frac{6}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

넓이의 최솟값 = $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4$

13 정답 3

$z=\frac{2}{1+i}=1-i$

$z-1=-i$

$z^2-2z+1=-1$

$z^2-2z+3=1$

14 정답 2

$f(x)=(x-1)(x-2)^2Q(x)+R(x)$

$f(x)$를 $(x-2)^2$으로 나눈 나머지가 $x+3$이므로

$R(x)=a(x-2)^2+x+3$

$f(1)=R(1)=a+4=5$

$a=1$

$R(x)=(x-2)^2+x+3$

$R(2)=5$

15 정답 3

두 꼭짓점이 $(a,\ b)$에 대해 대칭이다.

두 꼭짓점이 $(2,\ -1)$, $(4,\ 3)$ 이므로

$a=3,\ b=1$

$a+b=4$

16 정답 4

$x^2+2x=t$라 하면

$t^2-2t-3=(t+1)(t-3)=(x^2+2x+1)(x^2+2x-3)$

$=(x+1)^2(x+3)(x-1)$

$a=1,\ b=3$

$ab=3$

17 정답 3

$x^2-4x+4-k^2=x^2-4x+(2-k)(2+k)$

$=(x-(2-k))(x-(2+k))$

$2-k\le x\le 2+k$

만족하는 정수 x의 개수는 $2k+1$

$\frac{(2-k)+(2+k)}{2}\times(2k+1)=2(2k+1)=14$

$k=3$

18 정답 2

(5, 1, 1, 1)

(4, 2, 1, 1)

(3, 3, 1, 1)

(3, 2, 2, 1)

(2, 2, 2, 2)

19 정답 2

서로 같은 6개의 노트를 다른 사람에게 나누어주는 것이므로 중복조합이다.

${}_3H_6={}_8C_6={}_8C_2=28$

20 정답 4

	중국어	일본어	계
남학생	12	8	20
여학생	6	10	16
계	18	18	36

$\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$