<경찰공무원 2차 시험 해설지>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	4	2	2	3	4	1	2	1
11	12	13	14	15	16	17	18	19	2
3	2	1	2	4	4	1	3	4	2

1. ①

양변을 x로 나누면

$x+\frac{1}{x}=\sqrt{7}$ 을 만족한다. 따라서 양변을 제곱하면 $x^2+\frac{1}{x^2}=5$

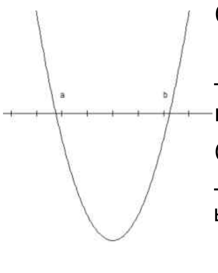
2. ③

첫 번째 항에서는 분모와 분자에 각각 $(1-i)$를 두 번째 항에서는 $(1+i)$를 곱해준다.

그러면 $\left(\frac{(1-i)^2}{2}\right)^{2016}+\left(\frac{(1+i)^2}{2}\right)^{2016}$ 가 되고, 각각 전개를 하면 $(-i)^{2016}+i^{2016}$ 이 된다.

따라서 답은 2 이다.

3. ④



여기서 b-a=$\sqrt{5}$ 이므로 두 근의 차 공식(=$\frac{\sqrt{D}}{|a|}$, 단 D는 판별식이며 a는 이차항계수, 또한 차공식은 큰 해에서 작은 해를 뺄 때 위 공식이며 반대의 경우에는 $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$ 이다)를 이용하면 $\sqrt{1-4k}=\sqrt{5}$ 이므로 k=-1 이 된다.

<별해>

$a+b=1, ab=k$ 이므로 $(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$임을 이용하여 풀 수 있다.

4. ②

$x^2-2x+1=T$ 로 치환하자.

따라서 준식은

$$Y=T^2-2T+2 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

이 된다.$(y=(T-1)^2+1)$

문제에서 주어진 x범위에서 T의 범위를 구하면

$0\leq T\leq 4$ 이다.

위와 같은 방식으로 ①식에서 최대 최소값을 구하면

최댓값 = 10, 최솟값 = 1

10 – 1 = 9

5. ②

$$x^2+2(m-1)x-(m-3)<0$$

위와 같은 식을 만족하는 x가 존재 하면 안 된다.

즉, 허근을 가진다는 소리임으로 판별식이 0보다 작거나 같으면 된다.

$$D=(m-1)^2+(m-3)\leq 0$$

$$(m-2)(m+1)\leq 0$$

$$\therefore\ -1\leq m\leq 2$$

6. ③

준식을 변형하면

$(2x-y)^2+(x+1)^2=0$이다

$A^2+B^2=0$를 만족하는 실수 A와 B가 존재하려면 각각 0이여야 하는 것은 자명 하므로 2x=y, x=-1를 만족한다.

$\therefore x+y=-3$

7. ④

$\log x$의 지표가 2이므로 $10^2 \le x < 10^3$

$\log x$ 와 $\log\sqrt{x}$의 가수가 같으므로

$\log x-\log\sqrt{x}=m$ (단, m은 정수),

즉 $\log\sqrt{x}=$ 정수 이여야 하므로 x는 100이다

8. ①

등비수열이 첫째항부터 등비수열을 이룰 필충조건이

Sn=Ar^n+B 일때 A+B=0을 만족하므로

Sn=$3^{n+1}+k$ 에서

Sn=$3 \cdot 3^n+k$ 이므로 3+k=0을

만족하므로 k=-3 이다.

9. ②

원의 방정식 : $(x-1)^2+(y+1)^2=8$

이다. 즉 점(1,-1)에서 직선 y=x-8까지의 최단거리를 구하고 반지름 $2\sqrt{2}$를 빼주면 답이 된다.

최단거리=$\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$ 이므로 답은 $\sqrt{2}$ 이다.

10. ①

$(2[x]-1)([x]-2)<0$ 이므로

$\frac{1}{2}<[x]<2$ 이다.

즉, $1 \le x < 2$이므로 답은 3이다

11. ③

주어진 두 식을 연립하면

$(n-2)x=-\frac{1}{nx}+n$이다.

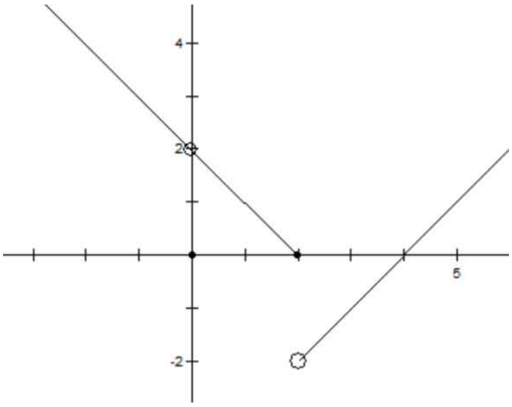
정리하면 $(n-2)x^2-nx+\frac{1}{n}=0$

여기서 두 근의 곱은 $\frac{1}{n(n-2)}$ 이다.

따라서 주어진 급수를 구하면

$\frac{1}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdots\cdots\right\}=$
$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$이다

12. ②



위의 그림은 $f(x)$ 를 나타낸다.

$g(f(x))$가 연속임을 확인하려면 g(x)가 다항함수이므로 의심이 가는 x=0지점과 x=2지점을 살펴보아야 한다. 따라서

$$\lim_{x\to+0} g(f(x)) = \lim_{x\to-0} g(f(x)) = g(f(0))$$

을 만족하면 된다 위의 식에서 유추할 수 있는 것은g(2)=g(0)이다.

$$\lim_{x\to+2} g(f(x)) = \lim_{x\to-2} g(f(x)) = g(f(2))$$

또한 이 식을 만족하면 되는데 위의 식으로부터 유추 할 수 있는 것은 g(-2)=g(0)이라는 것이다.

따라서 종합적으로 g(-2)=g(0)=g(2)=2 이므로g(x)-2 =(x-2)(x+2)x를 만족하는 것을 알 수 있다. 따라서 x에 1을 대입하면 g(1)=-1 임을 알 수 있다.

13. ①

주어진 식 중 4번째 식을 집중하자.

f(x)g(x)를 F(x)로 치환하면,

F(0)=2임을 쉽게 알 수 있고, 정리하면

$$\lim_{x\to0}\frac{F(x)-F(0)}{x-0}=5$$

으로 나타낼 수 있다. 즉 $F'(0)=5$ 이다.

$F'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$이므로 x에 0을 대입하면 5=8+g'(0) 이므로

g'(0)=-3임을 알 수 있다.

14. ②

$y=f(x), y=g(x)+\alpha$

두식을 연립하면,

$x^3-3x^2+x=3x^3-11x+\alpha$

$2x^3+3x^2-12x=-\alpha$ 이므로

$y=2x^3+3x^2-12x$와

$y=-\alpha$ 의 교점이 같다.

$y'=6x^2+6x-12=6(x+2)(x-1)$

따라서 x=-2에서 극댓값20, x=1에서 극솟값 -7을 갖는다.

그러므로 교점을 두 개 가지려면 극댓값과 극솟값을 지나갈 때 이므로 $\alpha=-20, 7$ 임을 알 수 있다.

∴ 답 $=-13$

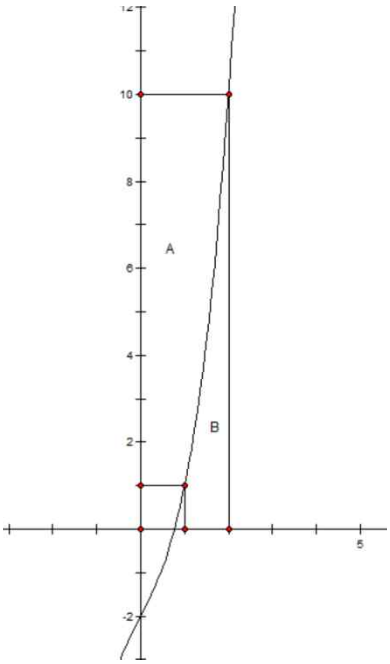
15. ④

$f(x)$가 우함수 이므로 (3)조건은

$\int_{-1}^{1} -2f(x)dx$ 가 된다.

따라서
$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=6, \int_{0}^{1} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)dx=3$
이고, f(x)는 주기가 2인 함수 이므로
$\int_{-5}^{6} f(x)dx=6\int_{0}^{1} f(x)dx+5\int_{-1}^{0} f(x)dx=$
33
이다

16. ④



위 그림은 f(x) 그래프 이다.

역함수는 저 그래프를 y=x에 대하여 대칭한 것이므로 x축과 y축을 반대로 생각했을때 f(x)그래프를 보면 된다. 즉 우리가 구하고자 하는 답은 A부분의 넓이이다.

따라서 점(0,0) (2,0) (2,10) (0,10) 이 이루는 사각형에서 점(0,0) (0,1) (1,0) (1,1)이루는 사각형의 넓이와 B의 넓이를 빼면 된다.

B의 넓이=$\int_1^2 f(x)dx = \frac{19}{4}$ 이므로

$20 - 1 - \frac{19}{4} = \frac{57}{4}$

17. ①

우선 치역과 공역이 같은 함수들을 모아놓았다는 말은 집합F의 원소들은 모두 A의 원소가 각각 B의 원소에게 화살을 쏘았다고 가정할 때 B의 원소들 중 하나라도 빠진 원소가 없다는 것을 의미한다.

일단 전체경우의 수를 구해보자

구하는 방법은 전체 함수의 개수에서 B의 원소 중 (하나만 선택이 안된 경우)와 (두 개가 선택이 안 된 경우)를 각각 빼주어 구하는 것이다. 여사건과 비슷한 느낌이다.

$3^5 - 3(2^5 - 2) - 3 = 150$

여기서 3^5는 전체 만들어질 수 있는 함수의 개수이며,

$3(2^5 - 2)$ 에서 첫 번째 3 은 B원소 중 선택이 안될 원소의 종류가 3가지가 가능함을 의미하고,

2^5가 의미하는 것은 B원소 2개가 선택되거나 한 개가 선택되어 만들어질 수 있는 경우의 개수이며

2 는 B에서 원소가 하나만 선택되는 가지 수를 나타낸 것이다.

두 번째 3은 B의 원소가 하나만 선택된다 가정했을 때 그 선택되는 원소가 3가지가 가능함을 의미한다.

이제 주어진 조건이 일어나는 경우를 따져보자.

기본적으로 A의 원소 1이 B의 원소 중 1로 가야 된다는 것과 A의 원소 5가 B의 원소 3으로 가야 된다는 것은 자명하다

왜 그런지 의문이간다면 실제로 그려놓고 치역과 공역이 같아지는지 즉, B의 원소가 모두 선택 받을 수 있는지 확인해보라. 이제 사건을 단순화 시키기 위해서 경우의 수를 3가지로 나누어보자

1. A의 원소 2가 B의 원소 중 1로 가는 경우
2. A의 원소 2가 B의 원소 중 2로 가는 경우
3. A의 원소 2가 B의 원소 중 3으로 가는 경우

1번 경우를 살펴보면 (3이 1로가고 4가 2로가는 경우와) (3이 2로 가고 4가 2로가는 경우) (3이 2로 가고 4가 3으로 가는 경우) 총 3가지가 있다.

2번 경우를 살펴보면 (3이 2로 가고 4가 2로가는 경우) (3이 2로가고 4가 3으로 가는 경우) (3이 3으로 가고 4가 3으로 가는 경우) 총 3가지 경우가 있다

3번 경우를 살펴보면 불가능 함을 알 수 있다.

$\therefore \frac{6}{150} = \frac{1}{25}$

18. ③

5번의 이동으로 원점으로부터 거리가 5 이상으로 떨어질 경우의 수는 3의 배수가 5번나오거나 3의 배수가 연속으로 5번이 안 나오는 경우 외에는 없다.

즉 여사건으로 문제를 해결하면

$1 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 - \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{210}{243}$

19. ④

z의평균은 2, z^2의 평균은 20이다.

따라서 z의 분산은 16이다. 근데 z의 분산은 x의 분산의 4배이기 때문에 x의 분산은 4가 된다.

20. ②

빨간 공을 뽑는 사건을 X라고 하자.

점수를 y라 하면

y=3X-2(150-X)

y=5X-300

점수가 180점 이상이 되기 위해서는 X $\geq$ 96이다. 여기서 X ~B(150,$\frac{3}{5}$)을 따르므로 m= 90 σ^2=36이다.

P($x \geq 96$)=P($Z \geq 1$)=0.16