

1. ①

준식의 양 변을 x 로 나누면,

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$$

양변을 제곱하면,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

2. ③

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2016} = (-i)^{2016} + (i)^{2016} = 2$$

3. ④

$$\beta - \alpha = \frac{\sqrt{D}}{|a|} = \sqrt{1-4k} = \sqrt{5}$$

$$k = -1$$

4. ②

$t = x^2 - 2x + 1$ 라 치환하자

$$t = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$-1 \leq x \leq 1 \text{ 일 때 } 0 \leq t \leq 4$$

$$y = (x^2 - 2x + 1)^2 - 2(x^2 - 2x + 1) + 2 \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$y = t^2 - 2t + 2 \quad (0 \leq t \leq 4)$$

$t = 1$ 일 때 최솟값 1

$t = 4$ 일 때 최댓값 10

최댓값과 최솟값의 차 = 9

5. ②

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 + (m-3) \leq 0$$

$$(m-2)(m+1) \leq 0$$

$$-1 \leq m \leq 2$$

6. ③

준식을 인수분해하면,

$$(2x-y)^2 + (x+1)^2 = 0$$

$$2x-y=0, \quad x+1=0 \text{ 이므로}$$

$$x=-1, y=-2$$

7. ④

$\log x$ 의 지표가 2 이므로

$$10^2 \leq x < 10^3 \quad \text{㉠}$$

$\log x$ 와 $\log \sqrt{x}$ 의 가수가 같으므로

$$\sqrt{x} \times 10^m = x \quad (m \text{은 정수})$$

$$x = 10^{2m} \quad (m \text{은 정수})$$

㉠의 범위에서 $x = 10^{2m}$ 를 만족하는 x 는 100

8. ①

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} = \frac{a}{r-1}r^n - \frac{a}{r-1}$$

첫 번째 항부터 등비수열을 이룬다면

r^n 의 계수와 상수항의 계수가 같아야 한다.

따라서 $k = -3$

9. ②

준식을 정리하면

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 8$$

따라서 중심이 $(1, -1)$ 반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.

원 위의 한 점에서 직선까지의 거리의 최솟값은

중심에서 직선까지의 거리 - 반지름

$$\text{중심에서 직선까지의 거리} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

따라서 $\sqrt{2}$

10. ①

$$(2[x]-1)([x]-2) < 0$$

$$\frac{1}{2} < [x] < 2$$

$[x] = 1$ 이므로 $1 \leq x < 2$

11. ③

두 식을 연립하고 정리하면,

$$-\frac{1}{nx} + n = (n-2)x$$

$$-1 + n^2x = n(n-2)x^2$$

$$n(n-2)x^2 - n^2x + 1 = 0$$

$$A_n \times B_n = \frac{1}{n(n-2)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} \right\}$$

$$\sum_{n=3}^{\infty} A_n B_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}$$

12. ②

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^3 + 2} = 1, \quad g(0) = 2 \text{이므로,}$$

$$g(x) = x^3 + ax^2 + b + 2$$

합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체에서 연속이므로

1) $x = 0$ 에서 연속일 조건

$$g(f(0)) = g(0) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 2^+} g(x) = 8 + 4a + 2b + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 2^-} g(x) = 8 + 4a + 2b + 2$$

$$\text{따라서 } 2a + b = -4 \quad \textcircled{1}$$

2) $x = 2$ 에서 연속일 조건

$$g(f(2)) = g(0) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 0^+} g(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow -2^+} g(x) = -8 + 4a - 2b + 2$$

$$\text{따라서 } 2a - b = 4 \quad \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하면

$$a = 0, \quad b = -4$$

$$g(1) = 1 + a + b + 2 = -1$$

13. ①

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - 2}{x} = \{f(x)g(x)\}'_{x=0} \\ = f'(0)g(0) + f(0)g'(0) = 5$$

$$\text{따라서 } g'(0) = -3 - 3$$

14. ②

$y = f(x), y = g(x) + \alpha$ 를 연립하였을 때 해가 2개가 되어야 한다.

$$x^3 - 3x^2 + x = 3x^3 - 11x + \alpha$$

$$2x^3 + 3x^2 - 12x = -\alpha$$

위 식의 해는

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x \text{와 } y = -\alpha \text{의 교점과 같다.}$$

$$y' = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x+2)(x-1)$$

따라서 $x = -2$ 에서 극댓값 20 $x = 1$ 에서 극솟값 -7 을 갖는다.

교점이 2개이기 위해서는 극댓값과 극솟값을 가져야 하므로 $\alpha = -20, 7$

15. ④

$f(x)$ 우함수이므로

$$\int_{-1}^1 (4x^3 + 5x - 2)f(x)dx \\ = \int_{-1}^1 4x^3 f(x) + 5x f(x) - 2f(x)dx \\ = \int_{-1}^1 -2f(x)dx = -12$$

$$\text{따라서 } \int_{-1}^1 f(x)dx = 6, \quad \int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx = 3$$

$$\int_{-5}^6 f(x)dx = 6 \int_0^1 f(x)dx + 5 \int_{-1}^0 f(x)dx = 33$$

16. ④

$$\int_1^{10} g(x) + \int_1^2 f(x)dx = 20 - 1$$

$$\text{따라서 } \int_1^{10} g(x) = \frac{57}{4}$$

17. ①

공역과 치역이 같은 함수를 공역의 각 원소에 대응되는 정의역의 원소의 개수로 분류하면 다음과 같다.

1) 3개 / 1개 / 1개

예를 들면 1에 3개, 2에 1개, 3에 1개의 원소가 대응되는 경우이다.

5개 원소를 3 / 1 / 1개로 나누는 방법 : ${}_5C_3 = 10$

대응 시키는 방법 : 2가지

따라서 총 20가지의 함수

2) 2개 / 2개 / 1개

예를 들면 1에 2개, 2에 2개, 3에 1개의 원소가 대응되는 경우이다.

정의역의 5개 원소를 2 / 2 / 1개로 나누는 방법

$${}_5C_2 \times {}_3C_2 \times \frac{1}{2} = 15$$

대응시키는 방법 2가지

따라서 총 30가지의 함수

따라서 총 50가지의 함수가 있다.

이 중 ' $x_1 < x_2$ 라면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ '를 만족시키는 함수는 1)의 경우에서 1개, 2)의 경우에서 1개 즉 2개 이므로

$$\text{전체 확률은 } \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$$

18. ③

3의 배수가 5회 나오거나 0회 나오는 경우를 제외하면 원점에서의 부터가 5보다 작다.

$$1 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 - \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{210}{243}$$

19. ④

z 의 평균은 2, z^2 의 평균은 20이다.

따라서 z 의 분산은 16

z 의 분산은 x 의 분산의 4배이므로

x 의 분산은 4

20. ②

빨간공을 뽑은 사건을 x , 점수를 y 라 하면,

$$y = 3x - 2(150 - x) = 5x - 300$$

180점 이상이 되기 위해서는 $x \geq 96$ 이다.

x 는 이항분포 $B(150, \frac{3}{5})$ 를 따르므로

$$m = 90, \sigma^2 = 36$$

$$P(x \geq 96) = P(z \geq 1) = 0.16$$