

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (2, -3)$ 에 대하여 $\vec{a} + \vec{b}$ 는? [2점]
- ① $(-1, -1)$ ② $(-1, 1)$ ③ $(-1, 2)$
 ④ $(1, -1)$ ⑤ $(1, 2)$

2. $\sin\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? [2점]
- ① $-\frac{7}{9}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{5}{9}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

3. ${}_3H_5$ 의 값은? [2점]
- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \cos x dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4-\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{4-\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4-\sqrt{5}}{4}$

5. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

일 때, $P(B^c)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 매개변수 θ 로 나타내어진 함수

$$\begin{cases} x = 2\sin\theta - 1 \\ y = 4\cos\theta + \sqrt{3} \end{cases}$$

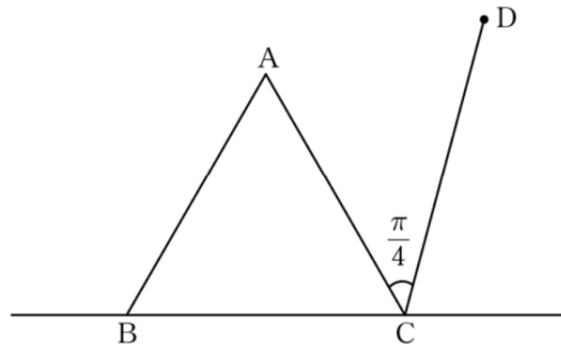
에 대하여 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{3}$
 ④ $-\sqrt{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 그림과 같이 평면에 정삼각형 ABC 와 $\overline{CD} = 1$ 이고

$\angle ACD = \frac{\pi}{4}$ 인 점 D 가 있다. 점 D 와 직선 BC 사이의 거리는?

(단, 선분 CD 는 삼각형 ABC 의 내부를 지나지 않는다.) [3점]



- ① $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

8. 그림과 같이 어느 카페의 메뉴에는 서로 다른 3가지의 주스와 서로 다른 2가지의 아이스크림이 있다. 두 학생 A, B가 이 5가지 중 1가지씩을 임의로 주문했다고 한다. A, B가 주문한 것이 서로 다를 때, A, B가 주문한 것이 모두 아이스크림일 확률은? [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

9. 어느 항공편 탑승객들의 1인당 수하물 무게는 평균이 15kg, 표준편차가 4kg인 정규분포를 따른다고 한다.

이 항공편 탑승객들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 1인당 수하물 무게의 평균이 17kg 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

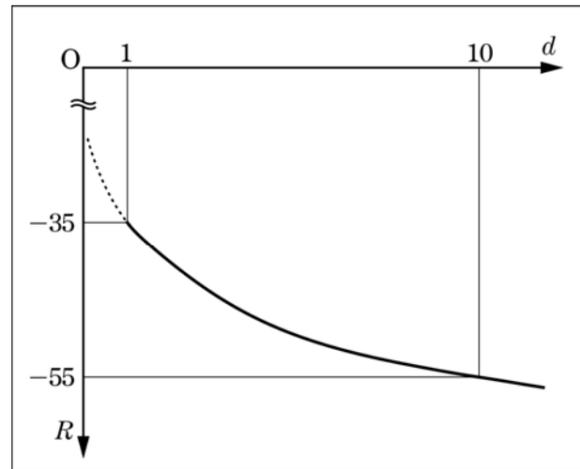
- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.3085 ⑤ 0.3413

10. Wi-Fi 네트워크의 신호 전송 범위 d 와 수신 신호 강도 R 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$R = k - 10 \log d^n$$

(단, 두 상수 k, n 은 환경에 따라 결정된다.)

어떤 환경에서 신호 전송 범위 d 와 수신 신호 강도 R 사이의 관계를 나타낸 그래프가 다음과 같다. 이 환경에서 수신 신호 강도가 -65 일 때, 신호 전송 범위는? [3점]



- ① $10^{\frac{6}{5}}$ ② $10^{\frac{13}{10}}$ ③ $10^{\frac{7}{5}}$ ④ $10^{\frac{3}{2}}$ ⑤ $10^{\frac{8}{5}}$

11. 두 평면 $x + \sqrt{2}y - z = 0$, $z = 0$ 이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 다음은 어느 회사의 직원 중 임의로 선택한 100명의 출근 소요 시간을 조사한 표이다.

소요 시간	인원수(명)
30분 미만	4
30분 이상 60분 미만	16
60분 이상 90분 미만	50
90분 이상 120분 미만	30
합계	100

이 결과를 이용하여 얻은 이 회사의 전체 직원 중 출근 소요 시간이 60분 이상 120분 미만인 직원의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 일 때, $5000(b-a)$ 의 값은?

(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,

$P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 392 ② 784 ③ 1176 ④ 1568 ⑤ 1960

수학 영역(가형)

5

13. 함수 $f(x) = e^{x+1}(x^2 + 3x + 1)$ 이 구간 (a, b) 에서 감소할 때,
 $b - a$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 곡선 $x^2 + 5xy - 2y^2 + 11 = 0$ 위의 점 $(1, 4)$ 에서의 접선과 x 축
및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 길이가 5인 선분 AB를 지름으로 하는 구 위에 점 C가 있다. 점 A를 지나고 직선 AB에 수직인 직선 l 이 직선 BC에 수직이다. 직선 l 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=6$, $\overline{CD}=4$ 일 때, 선분 AC의 길이는? (단, 점 C는 선분 AB 위에 있지 않다.)

[4점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

16. 함수 $f(x) = \frac{3^x}{3^x+3}$ 에 대하여 점 (p, q) 가 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이면 실수 p 의 값에 관계없이 점 $(2a-p, a-q)$ 도 항상 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이다. 다음은 상수 a 의 값을 구하는 과정이다.

점 $(2a-p, a-q)$ 가 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이므로

$$\frac{3^{2a-p}}{3^{2a-p}+3} = a - \boxed{\text{(가)}} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이다. ㉠은 실수 p 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$p=0 \text{ 일 때, } \frac{3^{2a}}{3^{2a}+3} = a - \frac{1}{4} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

이고,

$$p=1 \text{ 일 때, } \frac{3^{2a}}{3^{2a} + \boxed{\text{(나)}}} = a - \frac{1}{2} \quad \dots\dots \text{㉢}$$

이다. ㉡, ㉢에서

$$(3^{2a}+3)(3^{2a} + \boxed{\text{(나)}}) = 24 \times 3^{2a}$$

이므로

$$a = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a = \boxed{\text{(다)}}$$

이다. 이때, ㉢에서 좌변이 양수이므로 $a > \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

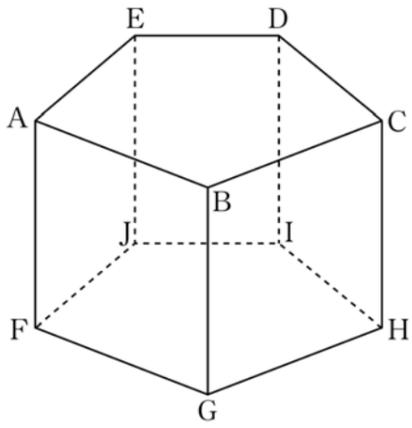
위의 (가)에 알맞은 식을 $g(p)$ 라 하고 (나)와 (다)에 알맞은 수를 각각 m, n 이라 할 때, $(m-n) \times g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

수학 영역(가형)

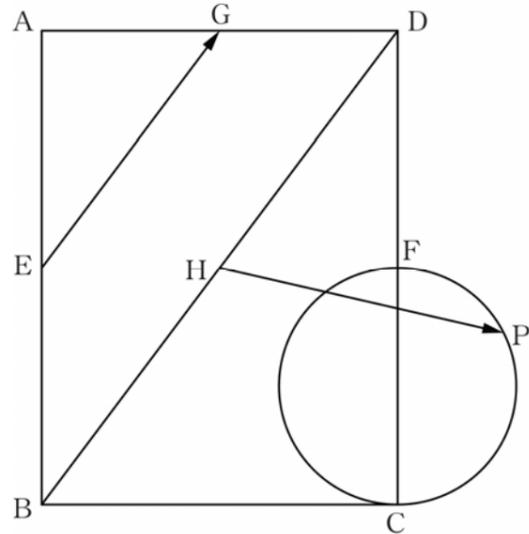
17. 밑면이 정오각형인 오각기둥 $ABCDE-FGHIJ$ 의 10개의 꼭짓점 중 임의로 3개를 택하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형의 어떤 변도 오각기둥 $ABCDE-FGHIJ$ 의 모서리가 아닐 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



18. $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=6$ 인 직사각형 $ABCD$ 에 대하여 네 선분 AB , CD , DA , BD 의 중점을 각각 E , F , G , H 라 하자. 선분 CF 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{HP}|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 8 ② $2+2\sqrt{10}$ ③ $2+2\sqrt{11}$
 ④ $2+4\sqrt{3}$ ⑤ $2+2\sqrt{13}$



19. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\int_0^a \{f(2x) + f(2a-x)\} dx \text{의 값은? (단, } a \text{는 상수이다.) [4점]}$$

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(a-x) = f(a+x)$ 이다.

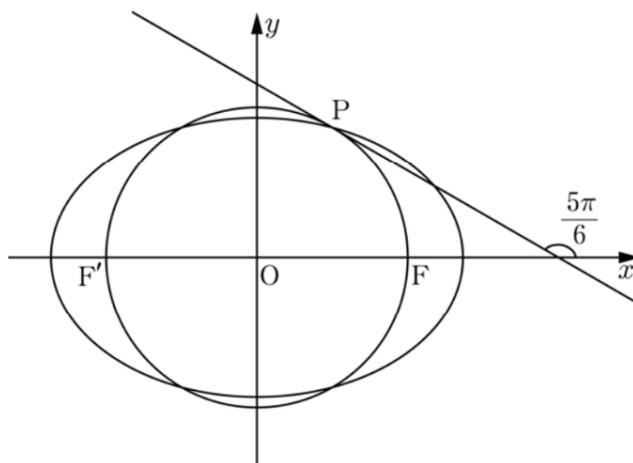
(나) $\int_0^a f(x) dx = 8$

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

20. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점 $F(6, 0), F'(-6, 0)$ 에 대하여

선분 $F'F$ 를 지름으로 하는 원이 있다. 타원과 원의 교점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하자. 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{6}$ 일 때, 타원의 장축의 길이는? (단, a, b 는 $0 < \sqrt{2}b < a$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $5+6\sqrt{3}$ ② $6+6\sqrt{3}$ ③ $7+6\sqrt{3}$
 ④ $6+7\sqrt{3}$ ⑤ $7+7\sqrt{3}$



21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이다.
- (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.
- (다) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \pi$

함수 $g(x) = \frac{\sin f(x)}{x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —————
- ㄱ. 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x) + g(-x) = 0$ 이다.
 - ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$
 - ㄷ. $f(\alpha) = \frac{\pi}{2} (\alpha > 0)$ 이면 방정식 $|g(x)| = \frac{1}{\alpha}$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(10, \frac{1}{3}\right)$ 을 따를 때, $V(6X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 8x^2 + 1$ 에 대하여 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f'(\sin x) \cos x \, dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = e^{x-1}$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1-2h)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 장미 8송이, 카네이션 6송이, 백합 8송이가 있다. 이 중 1송이를 골라 꽃병 A에 꽂고, 이 꽃과는 다른 종류의 꽃들 중 꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이를 고르는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 꽃은 서로 구분하지 않는다.) [4점]

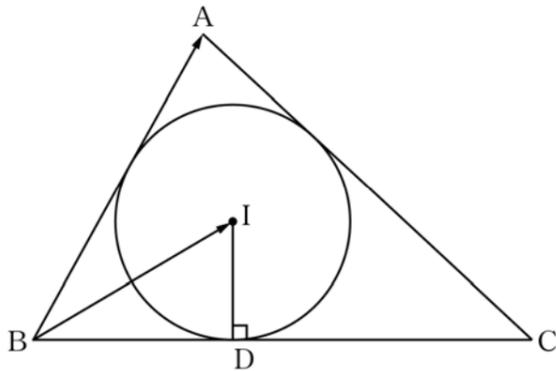


꽃병 A

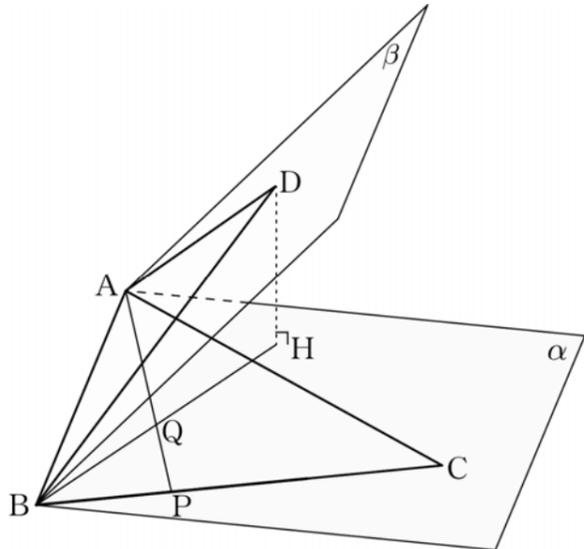


꽃병 B

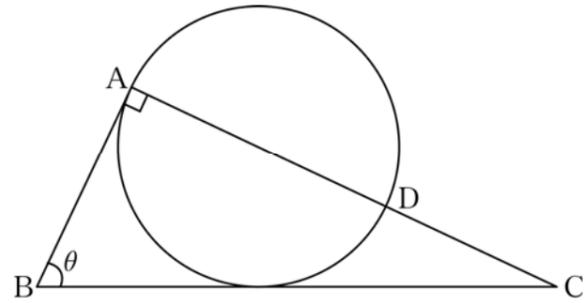
25. 그림과 같이 $\overline{AB} = 15$ 인 삼각형 ABC에 내접하는 원의 중심을 I라 하고, 점 I에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\overline{BD} = 8$ 일 때, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$ 의 값을 구하시오. [3점]



27. 그림과 같이 평면 α 위에 넓이가 27인 삼각형 ABC가 있고, 평면 β 위에 넓이가 35인 삼각형 ABD가 있다. 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 P라 하고 선분 AP를 2:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 점 D에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 Q는 선분 BH의 중점이다. 두 평면 α, β 가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 $\overline{BC}=1$, $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 선분 AD를 지름으로 하는 원이 선분 BC와 접할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = k$ 라 하자. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에서 두 점 $A(0, 0, 2)$, $B(2, 4, -2)$ 에 대하여 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 0, |\overrightarrow{OP}| = 3$$

$$(나) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0, |\overrightarrow{BQ}| = 2$$

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{5}$ 일 때, 두 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

30. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, i 번째 ($i=1, 2, \dots, 9$) 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a_i 라 하자. $1 < p < q < 9$ 인 두 자연수 p, q 에 대하여 a_i 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) 1 \leq i < p \text{이면 } a_i < a_{i+1} \text{ 이다.}$$

$$(나) p \leq i < q \text{이면 } a_i > a_{i+1} \text{ 이다.}$$

$$(다) q \leq i < 9 \text{이면 } a_i < a_{i+1} \text{ 이다.}$$

$a_1 = 2, a_p = 8$ 인 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.