

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 방정식 $3^{x+1} = 27$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 3, -6)$, $B(7, 0, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 $(a, b, 0)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2

수학 영역(가형)

5. $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{7}$, $\cos\alpha \cos\beta = \frac{4}{7}$ 일 때, $\sin\alpha \sin\beta$ 의 값은?
[3점]

- ① $-\frac{1}{7}$ ② $-\frac{2}{7}$ ③ $-\frac{3}{7}$
④ $-\frac{4}{7}$ ⑤ $-\frac{5}{7}$

6. $\int_0^3 \frac{2}{2x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 5$ ② $\ln 6$ ③ $\ln 7$
④ $3\ln 2$ ⑤ $2\ln 3$

7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 3$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$
④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

8. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=3$ 이고, 두 벡터 $6\vec{a} + \vec{b}$ 와 $\vec{a} - \vec{b}$ 가 서로 수직일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$
 ④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(2x+1) = (x^2 + 1)^2$$

을 만족시킬 때, $f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 실험실의 연구원이 어떤 식물로부터 하루 동안 추출하는 호르몬의 양은 평균이 30.2mg, 표준편차가 0.6mg인 정규분포를 따른다고 한다. 어느 날

이 연구원이 하루 동안 추출한 호르몬의 양이 29.6mg 이상이고 31.4mg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

11. 함수 $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$ 의 값은?
[3점]

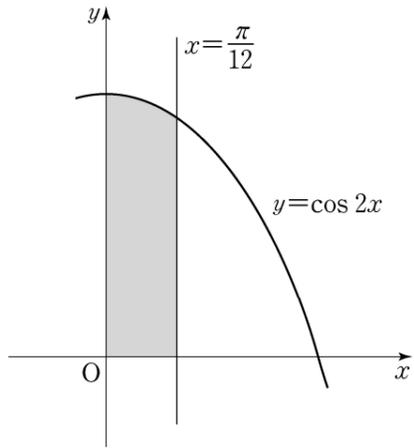
- ① $\frac{1}{2\ln 3}$ ② $\frac{2}{3\ln 3}$ ③ $\frac{5}{6\ln 3}$
④ $\frac{1}{\ln 3}$ ⑤ $\frac{7}{6\ln 3}$

12. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 두 수의 곱 ab 가 6의 배수일 때, 이 두 수의 합 $a+b$ 가 7일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

13. 함수 $y = \cos 2x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{12}$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y = a$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2\pi}$ ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{3}{2\pi}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{2\pi}$



14. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = t^2 + \frac{2}{t^2}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$
 ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

6

수학 영역(가형)

15. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중
각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

16. 직사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{CA}$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른
것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{CP}$

ㄴ. $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의
넓이는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 4$)

자연수 $k(4 \leq k \leq n)$ 에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 1부터 $k-1$ 까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k 가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\boxed{\text{가}}}{{}_n C_4}$$

이다. 자연수 $r(1 \leq r \leq k)$ 에 대하여

$${}_k C_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1} C_{r-1}$$

이므로

$$k \times \boxed{\text{가}} = 4 \times \boxed{\text{나}}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^n \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n (k \times \boxed{\text{가}}) \\ &= \frac{4}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n \boxed{\text{나}} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^n \boxed{\text{나}} = {}_{n+1} C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

18. 좌표공간에 점 $P(0, 0, 4)$ 가 있고 xy 평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위에 두 점 A, B 가 있다. 평면 ABP 의 법선벡터가 $\vec{n} = (2, -2, 1)$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$

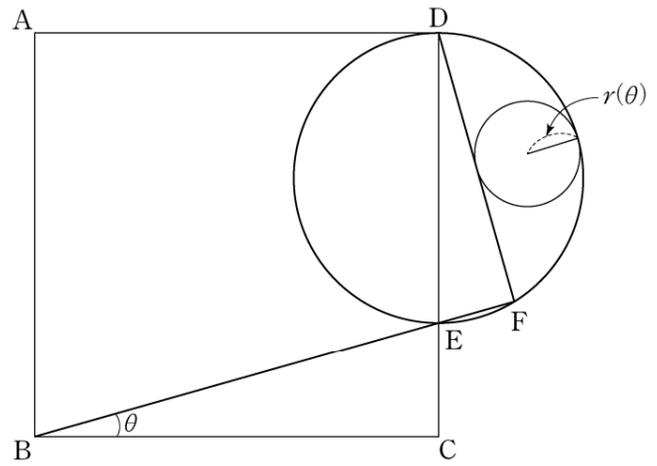
19. 서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.) [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자.

$\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{7}(2 - \sqrt{2})$ ② $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{2})$ ③ $\frac{1}{5}(2 - \sqrt{2})$
 ④ $\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})$ ⑤ $\frac{1}{3}(2 - \sqrt{2})$

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$$

$$(나) g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$$

$f(1) = \frac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{16}{3e^4}$ ② $\frac{6}{e^4}$ ③ $\frac{20}{3e^4}$ ④ $\frac{22}{3e^4}$ ⑤ $\frac{8}{e^4}$

단답형

22. ${}_7C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = \log_2(x+5)$ 의 점근선이 직선 $x = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

24. 흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의
값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 좌표평면에서 초점이 F인 포물선 $x^2=4y$ 위의 점 A가
 $\overline{AF}=10$ 을 만족시킨다. 점 B(0, -1)에 대하여 $\overline{AB}=a$ 일 때,
 a^2 의 값을 구하시오. [3점]

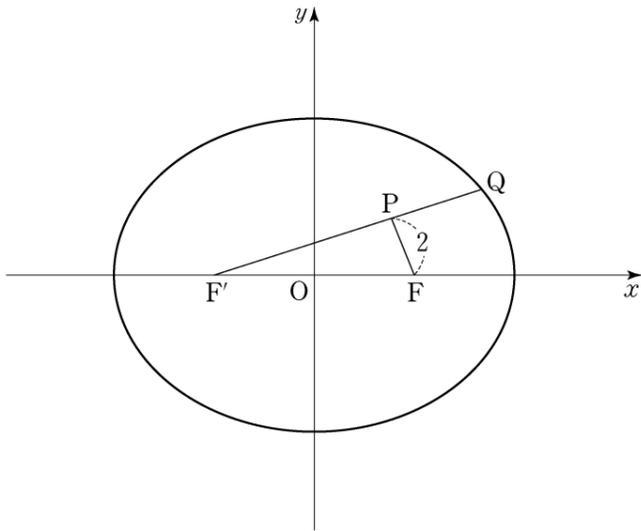
26. 함수 $f(x)=2x+\sin x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y=g(x)$
위의 점 $(4\pi, 2\pi)$ 에서의 접선의 기울기는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점은 F, F' 이고, 제1사분면에 있는 두 점 P, Q 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{PF} = 2$

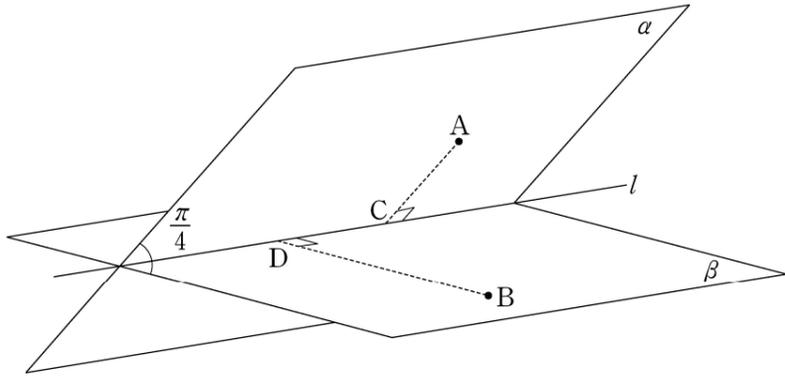
(나) 점 Q 는 직선 PF' 과 타원의 교점이다.

삼각형 PFQ 의 둘레의 길이와 삼각형 $PF'F$ 의 둘레의 길이의 합을 구하시오. [4점]



28. 어느 고등학교에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 50%의 학생이 대중교통을 이용하여 등교하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b - a = 0.14$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

29. 그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = \sqrt{3}$ 이고 직선 AB와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$ 를 갖고, $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.