

# 수학 영역(나형)

## 제 2 교시

1

1.  $4 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

2. 두 집합  $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ,  $B = \{6, 12, 18\}$ 에 대하여 집합  $A - B$ 의 원소의 개수는? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n-1}{2n+5}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{9}{2}$                       ② 5                      ③  $\frac{11}{2}$   
④ 6                      ⑤  $\frac{13}{2}$

4. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\log_2 a = 54$ ,  $\log_2 b = 9$ 일 때,  $\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 6                      ③ 9  
④ 12                      ⑤ 15

5. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 5$ ,  $a_{10} = 80$ 일 때, 7. 자연수 8을 세 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

$\frac{a_5}{a_1}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{2}$                       ② 2                      ③  $2\sqrt{2}$   
 ④ 4                              ⑤  $4\sqrt{2}$

- ① 3                              ② 4                              ③ 5  
 ④ 6                              ⑤ 7

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax - 4 & (x < 1) \\ 2x - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1                              ② 2                              ③ 3  
 ④ 4                              ⑤ 5

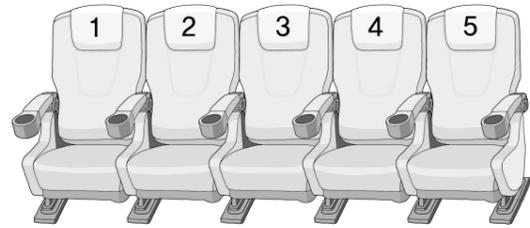
8. 세 조건  $p, q, r$ 에 대하여 두 명제  $p \rightarrow \sim q$ 와  $r \rightarrow q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참인 것은? [3점]

- ①  $r \rightarrow \sim p$       ②  $p \rightarrow r$       ③  $q \rightarrow p$   
 ④  $q \rightarrow \sim r$       ⑤  $\sim r \rightarrow p$

9. 16의 네제곱근 중 실수인 것을  $a$ ,  $-27$ 의 세제곱근 중 실수인 것을  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3  
 ④ 4      ⑤ 5

10. 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로 구성된 5명의 가족이 있다. 이 가족이 그림과 같이 번호가 적힌 5개의 의자에 모두 앉을 때, 아버지와 어머니가 모두 홀수 번호가 적힌 의자에 앉는 경우의 수는? [3점]



- ① 28      ② 30      ③ 32  
 ④ 34      ⑤ 36

11. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(3a_n - \frac{1}{4}\right) = 4$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점]

①  $\frac{1}{12}$

②  $\frac{1}{6}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{2}$

12. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 가

$$p : a \leq x \leq a+2$$

$$q : x < 5 \text{ 또는 } x > 9$$

이다.  $\sim p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

① 14

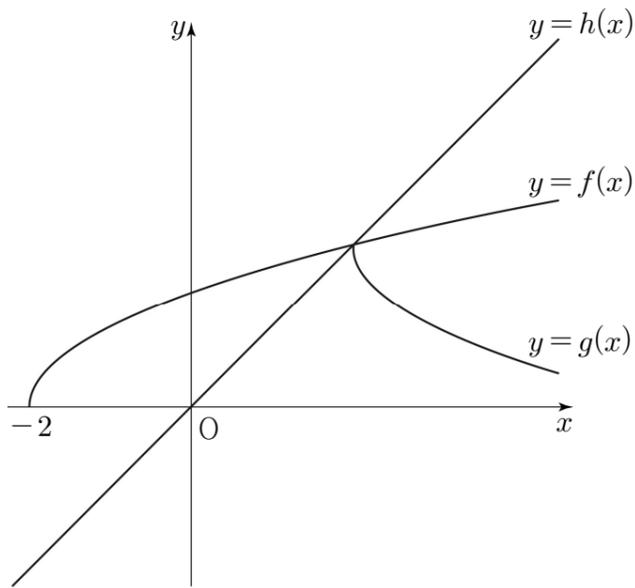
② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

[13~14] 세 함수  $f(x)=\sqrt{x+2}$ ,  $g(x)=-\sqrt{x-2}+2$ ,  $h(x)=x$ 의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수  $y=g(x)$ 의 그래프는 함수  $y=f(x)$ 의 그래프를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 후  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 것이다. 두 상수  $m, n$ 의 합  $m+n$ 의 값은?

- [3점]
- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
 ④ 8                      ⑤ 9

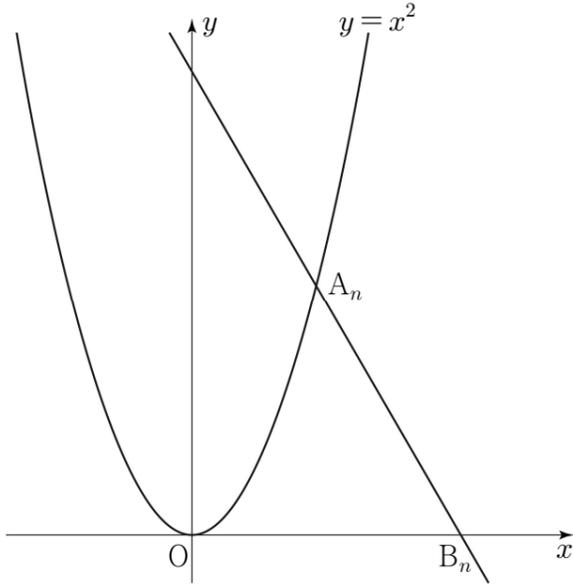
14. 함수  $y=h(x)$ 의 그래프 위의 점  $P(a, a)$ 를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 A, 함수  $y=g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 함수  $y=h(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때,  $\lim_{a \rightarrow 2^-} \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 의 값은? (단,  $0 < a < 2$ ) [4점]

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

# 6

## 수학 영역(나형)

15. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = x^2$  위의 점  $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 기울기가  $-\sqrt{3}$ 인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $B_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OB_n}}{\overline{OA_n}}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{7}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{5}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

16. 어떤 지역의 먼지농도에 따른 대기오염 정도는 여과지에 공기를 여과시켜 헤이즈계수를 계산하여 판별한다. 광화학적 밀도가 일정하도록 여과지 상의 빛을 분산시키는 고형물의 양을 헤이즈계수  $H$ , 여과지 이동거리를  $L(m)$  ( $L > 0$ ), 여과지를 통과하는 빛전달률을  $S$  ( $0 < S < 1$ )라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$H = \frac{k}{L} \log \frac{1}{S} \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

두 지역  $A, B$ 의 대기오염 정도를 판별할 때, 각각의 헤이즈계수를  $H_A, H_B$ , 여과지 이동거리를  $L_A, L_B$ , 빛전달률을  $S_A, S_B$ 라 하자.  $\sqrt{3}H_A = 2H_B, L_A = 2L_B$ 일 때,  $S_A = (S_B)^p$ 을 만족시키는 실수  $p$ 의 값은? [4점]

- ①  $\sqrt{3}$
- ②  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ③  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- ④  $2\sqrt{3}$
- ⑤  $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

17. 집합  $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x)$ 는 '2x를 5로 나눈 나머지'로 정의하고,  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $g(x)$ 는  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족시킨다.  
 $g(1) = 3$ 일 때,  $g(0) + g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

18. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{4}{3} + \frac{8}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \dots + \frac{4n}{3^n} = 3 - \frac{2n+3}{3^n} \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1)  $n = 1$ 일 때, (좌변) =  $\frac{4}{3}$ , (우변) =  $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ 이므로

(\*)이 성립한다.

(2)  $n = k$ 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\frac{4}{3} + \frac{8}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \dots + \frac{4k}{3^k} = 3 - \frac{2k+3}{3^k}$$

이다.

위 등식의 양변에  $\frac{4(k+1)}{3^{k+1}}$ 을 더하여 정리하면

$$\frac{4}{3} + \frac{8}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \dots + \frac{4k}{3^k} + \frac{4(k+1)}{3^{k+1}}$$

$$= 3 - \frac{1}{3^k} \left\{ (2k+3) - \boxed{\text{(가)}} \right\}$$

$$= 3 - \frac{\boxed{\text{(나)}}}{3^{k+1}}$$

따라서  $n = k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(1), (2)에 의하여

모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,  
 $f(3) \times g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 36                      ② 39                      ③ 42  
 ④ 45                      ⑤ 48

19. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 7 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여  $B \subset A$ 이고  $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이다.  $A - B = \{5\}, B - C = \{2\}, C - A = \{4, 6\}$ 일 때, 집합  $A \cap (B^c \cup C)$ 는? [4점]

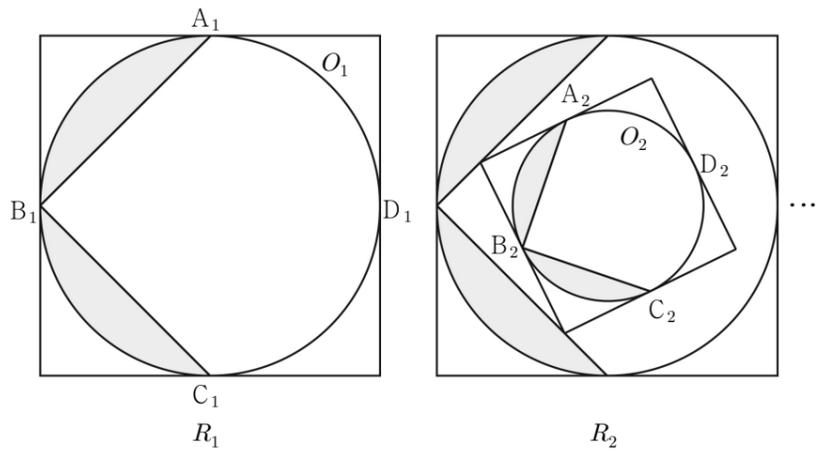
- ① {5}                      ② {1, 7}                      ③ {3, 5}
- ④ {1, 3, 5}                ⑤ {1, 2, 3, 5, 7}

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형에 내접하는 원  $O_1$ 이 있다. 정사각형과 원  $O_1$ 의 접점을 각각  $A_1, B_1, C_1, D_1$ 이라 할 때, 원  $O_1$ 과 두 선분  $A_1B_1, B_1C_1$ 로 둘러싸인  $\llcorner$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 두 선분  $A_1B_1, B_1C_1$ 을 각각 3:1로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 원  $O_1$ 의 내부에 그린다. 이 정사각형에 내접하는 원을  $O_2$ 라 하고 그 접점을 각각  $A_2, B_2, C_2, D_2$ 라 할 때, 원  $O_2$ 와 두 선분  $A_2B_2, B_2C_2$ 로 둘러싸인  $\llcorner$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에서 두 선분  $A_2B_2, B_2C_2$ 를 각각 3:1로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형에 그림  $R_1$ 에서 그림  $R_2$ 를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어진  $\llcorner$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{32}{11}(\pi - 2)$             ②  $\frac{34}{11}(\pi - 2)$             ③  $\frac{36}{11}(\pi - 2)$
- ④  $\frac{32}{11}(\pi - 1)$             ⑤  $\frac{34}{11}(\pi - 1)$

21. 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $S_n = \{x \mid x \text{는 } 3n \text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 두 개이고, 이 두 원소의 차가  $2n$ 보다 큰 원소로만 이루어진 모든 집합의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{7}$                       ②  $\frac{1}{6}$                       ③  $\frac{1}{5}$   
 ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{1}{3}$

단답형

22.  ${}_n P_2 = 56$ 일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\sum_{k=1}^6 (k^2 + 5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 1보다 큰 모든 실수의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \frac{4}{x-1} + 4, \quad g(x) = \sqrt{x+4}$$

에 대하여  $(g \circ f)(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-a}{\sqrt{x}-3} = b$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 세 실수  $a, b, c$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고 다음 조건을 만족시킬 때,  $abc$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \frac{2^a \times 2^c}{2^b} = 32$$

$$(나) a+c+ca = 26$$

27. 좌표평면 위에

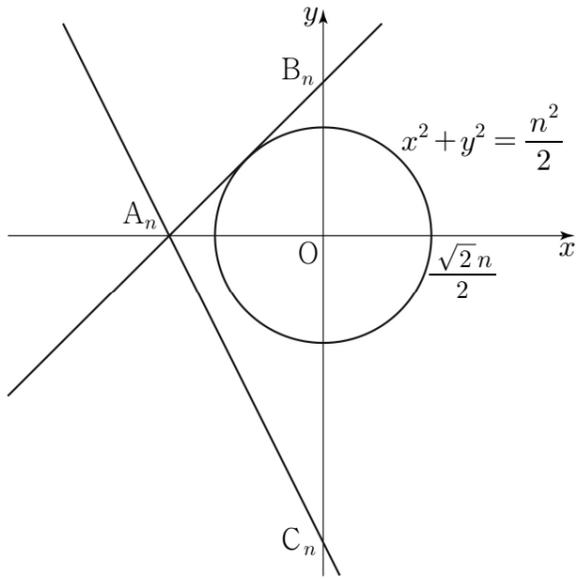
$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} & (x > 0) \\ \frac{12}{x} & (x < 0) \end{cases} \text{의 그래프와 직선 } y = -x \text{가 있다.}$$

함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 P를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 직선  $y = -x$ 와 만나는 점을 Q, 점 Q를 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이  $y = f(x)$ 와 만나는 점을 R라 할 때, 선분 PQ와 선분 QR의 길이의 곱  $\overline{PQ} \times \overline{QR}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $x, y, z, w$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $x + y + z + w = 18$   
 (나)  $x, y, z, w$  중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

29. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 기울기가 1이고  $y$ 절편이 양수인 직선이 원  $x^2 + y^2 = \frac{n^2}{2}$ 에 접할 때, 이 직선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각  $A_n, B_n$ 이라 하자. 점  $A_n$ 을 지나고 기울기가  $-2$ 인 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $C_n$ 이라 할 때, 삼각형  $A_n C_n B_n$ 과 그 내부의 점들 중  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수  $f(x) = x^2 - 8x + a$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 5a & (x \geq a) \\ f(x+4) & (x < a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식  $f(x) = 0$ 은 열린 구간  $(0, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
- (나) 함수  $f(x)g(x)$ 는  $x = a$ 에서 연속이다.

※ 확인 사항  
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.