

1. ③

$-1 \leq x \leq 1$ 의 범위에서 $x^2 - 1 \leq 0$
 $1 \leq x$ 의 범위에서 $x^2 - 1 \geq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx \\ &= -\int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

2. ③

분모가 n 에 대한 1차식이므로 분자도 n 에 대한 1차식이 되어야 한다. $\therefore a = 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{bn+3}{2n+5} = 3 \text{ 이므로}$$

$$\frac{b}{2} = 3 \therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 6$$

3. ②

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{2} = -i$$

준식에 대입하면,

$$(x+1)(x-i) = 2-yi$$

$$x^2 + x - (x+1)i = 2-yi$$

x, y 가 실수이므로

$$x^2 + x = 2, x+1 = y$$

$$x(x+1) = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

4. ③

준식을 표준형으로 정리하면,

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

따라서 중심 $(-1, -2)$, 반지름=2인 원이다.

중심 O 에서 점 A 까지의 거리

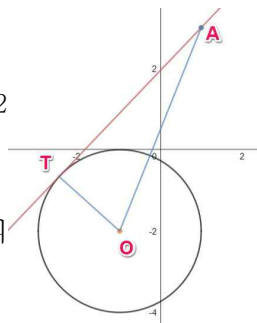
$$(\overline{OA}) = \sqrt{29}$$

중심에서 점 T 까지의 거리 $(\overline{OT}) =$

반지름 = 2

$$\overline{OA}^2 = \overline{OT}^2 + \overline{AT}^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AT} = 5$$



5. ①

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 를 따르므로

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{100 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5}} = 4$$

6. ④

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면,

$f(3x-2) = 0$ 의 두 근은 $\frac{\alpha+2}{3}, \frac{\beta+2}{3}$ 이다.

$\alpha + \beta = 8$ 이므로

$$\therefore \frac{\alpha+2}{3} + \frac{\beta+2}{3} = 4$$

7. ②

집합 A, B 는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.

또한 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고 두 집합은 서로소이므로, 집합 A 의 원소가 결정되면 집합 B 의 원소는 자동으로 결정된다.

예를 들어 집합 A 가 $\{1, 2\}$ 이면 집합 B 는 나머지 원소인 $\{3, 4, 5\}$ 이다.

따라서 가능한 집합 A 는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.

A 가 공집합인 것은 조건에 맞지 않으므로 제외한다.

만약 A 가 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 라면 B 가 공집합이 되므로 역시 제외한다.

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수 = $2^5 = 32$

A 가 공집합인 경우 : 1

B 가 공집합인 경우 : 1

$$\therefore 30$$

8. ③

$$p: 1 < x < 3,$$

$$q: (x-3a)(x+a) < 0$$

문제의 조건에 $a < 0$ 이므로

$$q: 3a < x < -a$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이면 q 의 범위가 p 의 범위를 포함하여야 하므로

$$3a \leq 1, 3 \leq -a$$

$$\therefore a \leq -3$$

9. ④

동쪽을 x 축, 북쪽을 y 축의 양의 방향이라 하면,
4번 이동 후 가능한 최종 위치와 처음 위치부터의 거리는 다음과 같다.

최종 위치	거리
(4, 0)	4
(3, 1)	$\sqrt{10}$
(2, 2)	$\sqrt{8}$
(1, 3)	$\sqrt{10}$
(0, 4)	4

이 중 거리가 3이하인 것은 (2, 2)인 경우이다.

이는 동쪽, 북쪽으로 각각 2번 이동하는 경우 이므로
4번 중 3의 배수가 2번, 3의 배수가 아닌 수가 2번 나와야 한다.

$$\therefore {}_4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$$

10. ②

$h(x) = f(x) - g(x)$ 이라 하면,

$$h(x) = x^4 + 2x^2 + k - 3$$

구간 (0, 1)에서 $h(x) = 0$ 의 실근이 적어도 하나 존재하기 위한 조건은 $h(0) \times h(1) < 0$ 이다. (사잇값의 정리)

$$h(0) = k - 3, \quad h(1) = k$$

$$k(k - 3) < 0$$

$$\therefore k = 1, 2$$

11. ②

준식에 $x = -\sqrt{2}, \sqrt{3}$ 을 대입하면,

$$4 - a\sqrt{2} + b = \sqrt{6} \quad \text{㉠}$$

$$9 + a\sqrt{3} + b = \sqrt{6} \quad \text{㉡}$$

$$\text{㉡} - \text{㉠}$$

$$5 + a(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = -5(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

12. ④

$$f^{-1}(5) = 3 \text{ 이므로 } f(3) = 5$$

$f(2x+1) = g(x+3)$ 의 양 변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$f(3) = 5 = g(4)$$

$$\therefore g^{-1}(5) = 4$$

13. ②

전체 확률은 1이므로 $\int_0^2 f(x)dx = 1$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

14. ①

접근선이 $x = 1$ 이므로 $c = -1$

접근선이 $y = -2$ 이므로 $a = -2$

$$\therefore f(x) = \frac{-2x + b}{x - 1}$$

$f(2) = 3$ 이므로 대입하여 정리하면,

$$b = 7$$

$$\therefore abc = 14$$

15. ④

밀변환공식에 의하여

$$\log_{15} 80 = \frac{\log_3 80}{\log_3 15} = \frac{4\log_3 2 + \log_3 5}{1 + \log_3 5} = \frac{\frac{4}{a} + b}{1 + b} = \frac{4 + ab}{a + ab}$$

16. ①

$$S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{99} S_n &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ &= -1 + 10 = 9 \end{aligned}$$

17. ①

$$f(x) = p\left(x^2 - \frac{2}{p}x\right) + q \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = \frac{1}{p}$ 이다.

$$0 < p < 1 \text{ 이므로 } 1 < \frac{1}{p}$$

2차항이 양수이고 구간 $[0, 1]$ 은 축의 왼쪽에 존재하므로 이 구간에서 함수는 감소한다.

따라서 $x = 1$ 에서 최솟값을 갖는다.

$$f(1) = p - 2 + q = 1$$

$$\therefore p + q = 3$$

18. ??

4차 함수 $f(x)=0$ 에 대하여 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 3개의 실근을 가지면 $y=f(x)$ 은 극댓값을 갖는다.
따라서 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 3개의 실근을 갖지 않으면 $y=f(x)$ 의 극댓값은 존재하지 않는다.

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 4ax$$

$$4x(x^2 - 3x + a) = 0$$

$f'(x)=0$ 은 $x=0$ 이라는 실근을 1개 갖고 있다.
따라서 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 3개의 실근을 갖지 않을 조건은 다음과 같다.

- 1) 나머지 2개의 근이 허근인 경우
- 2) 나머지 2개의 근이 중근인 경우
- 3) 나머지 2개의 근 중 하나가 0인 경우

1, 2) $x^2 - 3x + a = 0$ 이 허근 또는 중근을 갖는 경우
 $9 - 4a \leq 0$

$$a \geq \frac{9}{4}$$

3) $x^2 - 3x + a = 0$ 의 근 중 하나가 0인 경우
 $a = 0$

서로 다른 세 실근을 갖지 않게 하는 a 의 값의 범위는
 $a = 0, a \geq \frac{9}{4}$ 이다.

$\therefore$ 정수 a 의 최솟값 = 0

19. ①

A와 C만 관람한 학생과 B와 C만 관람한 학생의 수가 최대일 때 C영화만 관람한 학생의 수가 최소이다.

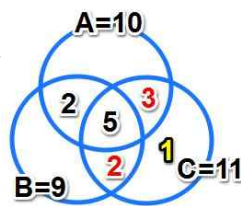
C영화를 관람한 학생 : 11

A, B, C 모두 관람한 학생 수 : 5

A와 C만 관람한 학생의 최댓값 : 3

B와 C만 관람한 학생의 최댓값 : 2

$\therefore$ C만 관람한 학생의 최솟값 : 1



20. ②

a_n 은 초항 1, 공차 4인 등차수열

b_n 은 초항 1, 공비 2인 등비수열이다.

1항~10항까지는 다음과 같다.

$$\{a_n\} = 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37$$

$$\{b_n\} = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512$$

a_n 을 3의 배수를 기준으로 분류하면

- 1) 나머지가 0인 수 : 3개
- 2) 나머지가 1인 수 : 4개
- 3) 나머지가 2인 수 : 3개

b_n 을 3의 배수를 기준으로 분류하면

- a) 나머지가 1인 수 : 5개
- b) 나머지가 2인 수 : 5개

나머지가 1인수 + 나머지가 2인수 = 3의 배수 이므로
2)에서 1개, b)에서 1개 선택하여 더하면 3의 배수
3)에서 1개, a)에서 1개 선택하여 더하면 3의 배수이다.

$$\therefore 4 \times 5 + 3 \times 5 = 35$$