1번

★ 정답	①
★ 출제영역	[미적분1] 미분
★ 난이도	중

★ 개념

구간 $[a, b]$에서 함수 $y=f(x)$의 극댓값 혹은 극솟값이 존재할 때, $\{f(a), f(b)$, 극댓값, 극솟값$\}$ 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값입니다.

★ 풀이

$f'(x)=6x^2-30x+24=6(x-1)(x-4)$ 이므로

함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극댓값 $x=4$에서 극솟값을 갖습니다.

따라서 $f(0)$, $f(4)$, $f(5)$중 가장 큰 값이 최댓값입니다.

$f(0)=0$, $f(5)=-5$, $f(1)=11$ 이므로

$\therefore$ 주어진 구간에서 최댓값은 $f(1)=11$

2번

★ 정답	②
★ 출제영역	[수학1] 방정식과 부등식
★ 난이도	중

★ 개념

방정식에 절댓값이 포함되어 있으면

$x^2=|x|^2$인 성질을 이용하여 식을 정리합니다.

★ 풀이

$$(x-3)^2-2|x-3|-3=0$$

$(x-3)^2=|x-3|^2$ 이므로

$$|x-3|^2-2|x-3|-3=0$$

$|x-3|=t$라 치환하고 인수분해하면,

$$(t-3)(t+1)=0$$

$t\geq 0$ 이므로 $t=3$

$$|x-3|=3$$

$\therefore$ 두 근의 합은 6

★ Tip

두 근의 합을 구할 때는 절댓값을 전개하지 않습니다.

$|x-a|=b$의 해는 $x=a\pm b$이므로 모든 합은 $2a$입니다.

3번

★ 정답	④
★ 출제영역	[수학1] 다항식
★ 난이도	하

★ 풀이

나머지 정리에 의하여 $f(-1)=-5$, $f(2)=4$

$$f(x)=(x+1)(x-2)Q(x)+R(x) \qquad ㉠$$

라 하면 $R(x)$는 1차식이므로

$$R(x)=ax+b$$

㉠의 양 변에 $x=-1$, 2를 각각 대입하면,

$$f(-1)=R(-1)=-a+b=-5$$

$$f(2)=R(2)=2a+b=4$$

두 식을 연립하여 a, b의 값을 구하면,

$$a=3,\ b=-2$$

$R(x)=3x-2$ 이므로

$\therefore$ $R(1)=1$

4번

★ 정답	③
★ 출제영역	[수학1] 도형의 방정식
★ 난이도	하

★ 개념

① 두 직선이 수직이면 기울기의 곱은 -1입니다.

② 직선이 원과 접하면 “원의 중심과 직선사이의 거리(d)”와 “원의 반지름의 길이(r)”가 같습니다.

③ 점(m, n)과 직선$(ax+by+c=0)$ 사이의 거리

$$d=\frac{|am+bn+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

★ 풀이

직선이 $(0, a)$를 지나므로 $y=mx+a$라 하면,

이 직선이 원에 접하므로 $d=r$

$$\frac{|a|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{18}$$

$$18m^2+18-a^2=0$$

이 방정식의 두 근이 두 접선의 기울기입니다.

두 접선의 기울기의 곱이 -1이므로 근과계수와의 관계에 의하여 $\dfrac{18-a^2}{18}=-1$

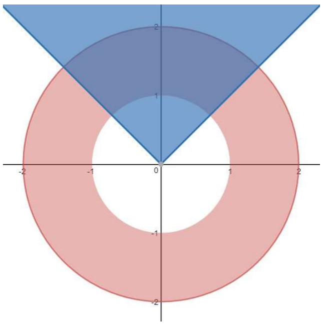
$\therefore$ $a=6$ $(\because a>0)$

5번

★ 정답	④
★ 출제영역	[수학1] 도형의 방정식
★ 난이도	하

★ 풀이

두 부등식의 영역을 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같습니다.



빨간색 영역 = 큰 원의 넓이 - 작은 원의 넓이 = 3π

파란색 영역의 경계인 두 직선이 이루는 각이 90° 이므로 두 영역이 겹치는 영역은 전체의 $1/4$입니다.

$\therefore\ \dfrac{3}{4}\pi$

6번

★ 정답	②
★ 출제영역	[수학1] 도형의 방정식
★ 난이도	하

★ 개념

직선이 원과 서로 다른 두 점에서 만날 조건은 다음과 같습니다.

"원의 중심과 직선사이의 거리(d)" < "원의 반지름의 길이(r)"

★ 풀이

원을 표준형으로 바꾸면,

$$(x-2)^2+(y-1)^2=4$$

따라서 중심이 $(2,\ 1)$, 반지름이 2인 원입니다.

서로 다른 두 점에서 만나므로 $d<r$

$$\frac{|5+k|}{5}<r$$

$$-5<k<15$$

$\therefore\ k$는 19개 $(-4,\ -2,\ \cdots,\ 0,\ 1,\ \cdots,\ 14)$

7번

★ 정답	②
★ 출제영역	[확률과통계] 확률
★ 난이도	중

★ 개념

어떤 제품이 A 공장의 제품인 사건을 A,

어떤 제품이 불량품일 사건을 B라 하면

전체 제품 중에서 임의로 추출한 제품이 불량품이었을 때, 그 제품이 A공장에서 생산된 제품일 확률을 기호로 표현하면 다음과 같습니다.

$$P(A\,|\,B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

★ 풀이

공장별 불량품의 수를 표로 나타내면 다음과 같습니다.

공장	생산량	불량 비율	불량품
A	200	5%	10
B	300	4%	12
C	600	3%	18
계	1100		40

$$\therefore\ \frac{\frac{10}{1100}}{\frac{40}{1100}}=\frac{1}{4}$$

8번

★ 정답	③
★ 출제영역	[미적분1] 극한
★ 난이도	하

★ 개념

무한급수의 수렴/발산을 판정할 때는 다음을 이용합니다.

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}a_n=\lim_{n\to\infty}S_n$$

① $a_n=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=-\sqrt{n}+\sqrt{n+1}$

$S_n=-1+\sqrt{n+1}$

$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\infty$ (발산)

② $a_n=\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$

$S_n=1-\dfrac{1}{n+1}$

$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=1$ (수렴)

③ $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots$$
$$=1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{8}\right)+\cdots$$
$$\geq 1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{8}\right)+\cdots$$
$$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots=\infty$$

★ **풀이**

ㄱ. 개념의 ③

ㄴ. 공비가 $-1<r<1$인 무한등비급수로 수렴합니다.

ㄷ. 개념의 ②

ㄹ. 개념의 ①

9번

★ **정답**	④
★ **출제영역**	[미적분1] 적분
★ **난이도**	중

★ **개념**

$f(t)$의 한 부정적분을 $F(t)$라 하면

$$\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}[F(t)]_a^x$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{F(x)-F(a)}{x-a}$$
$$=F'(a)=f(a)$$

★ **풀이**

$f(x)$한 부정적분을 $F(t)$라 하면,

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_a^{x^2}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{F(x^2)-F(1)}{x-1}$$

분모, 분자에 $x+1$을 곱하면,

$$\lim_{x\to 1}\frac{F(x^2)-F(1)}{x^2-1}\cdot(x+1)=2F'(1)=2f(1)=4$$

10번

★ **정답**	①
★ **출제영역**	[미적분1] 극한
★ **난이도**	하

★ **풀이**

$x\to5$일 때 분모가 0이므로 분자도 0입니다.

따라서 $a=-2$이고 식에 대입하여 정리하면,

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$$

분자를 유리화하면,

$$\lim_{x\to5}\frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x-1}+2)}=\lim_{x\to5}\frac{1}{\sqrt{x-1}+2}=\frac{1}{4}$$

$\therefore\ b=\dfrac{1}{4}$

$\therefore a+b=-\dfrac{7}{4}$

11번

★ **정답**	③
★ **출제영역**	[미적분1] 극한
★ **난이도**	중

★ **풀이**

(가)에서 준식이 수렴하므로 분모와 분자의 차수가 같아야 합니다. 극한값이 $\dfrac{1}{2}$이므로 분모의 일차항의 계수는 $2m$입니다. 이를 종합하면 $f(x)$는 다음과 같습니다.

$f(x)=x^2+2mx+c$

(나)에서 $x\to0$일 때 분모가 0이므로 분자도 0입니다.

$f(0)=0$이므로 $c=0$

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=f'(0)=2m$$

$\therefore\ m=1$

$\therefore f(1)=3$

12번

★ 정답	①
★ 출제영역	[수학2] 수열
★ 난이도	하

★ 풀이

수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면,

$$a_{100}-a_{97}=9$$
$$3d=9$$
$$\therefore\ d=3$$

$$\begin{aligned}a_1+a_2+\cdots+a_{10}&=\frac{a_1+a_{10}}{2}\times 10\\&=(2+31)\times 5\\&=155\end{aligned}$$

13번

★ 정답	②
★ 출제영역	[수학2] 수열
★ 난이도	중

★ 개념

$$\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$$

★ 풀이

$$a_n=S_n-S_{n-1}=4n+1$$

따라서 수열 $\{a_n\}$은 공차가 4인 등차수열입니다.

$$\begin{aligned}\frac{1}{a_k a_{k+1}}&=\frac{1}{a_{k+1}-a_k}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)\\&=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{a_k a_{k+1}}&=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)\\&=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_{10}}-\frac{1}{a_{11}}\right)\\&=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{11}}\right)\\&=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{45}\right)\\&=\frac{2}{45}\end{aligned}$$

14번

★ 정답	①
★ 출제영역	[수학2] 함수
★ 난이도	하

★ 풀이

유리함수를 표준형으로 바꾸면 다음과 같습니다.

$$y=\frac{2x+5}{x+1}=\frac{3}{x+1}+2$$

이를 순서대로 평행/대칭이동을 하면 다음과 같습니다.

① x축으로 a만큼 평행이동

$$y=\frac{3}{x-a+1}+2$$

② ①을 y축으로 3만큼 평행이동

$$y-3=\frac{3}{x-a+1}+2$$

$$y=\frac{3}{x-a+1}+5$$

③ ②를 원점에 대하여 대칭이동

$$-y=\frac{3}{-x-a+1}+5$$

$$y=\frac{3}{x+a-1}-5$$

③의 유리함수가 $y=\dfrac{k}{x-5}+b$와 일치하므로

$a=-4,\ b=-5,\ k=3$

$\therefore a+b+k=-6$

15번

★ 정답	④
★ 출제영역	[수학2] 집합과 명제
★ 난이도	중

★ 풀이

집합 B는 다음 두 조건을 만족시켜야 합니다.

① 집합 A의 원소 중 2개를 반드시 포함해야 합니다.

② $\{4,\ 5\}$의 원소 중 일부를 포함해도 됩니다.

집합 A의 원소 중 2개를 고르는 방법 = $_3C_2=3$

$\{4,\ 5\}$의 원소 중 일부를 고르는 방법 = $2^2=4$

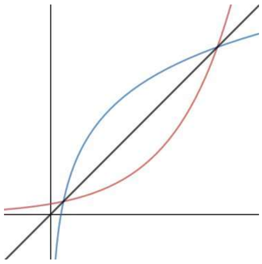
$\therefore\ 3\times 4=12$

16번

★ 정답	②
★ 출제영역	[수학2] 함수
★ 난이도	하

★ 개념

$y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$는 $y=x$ 대칭이므로 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같습니다.



$y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$의 교점은 $y=x$위에 존재하므로 $y=f(x)$와 $y=x$의 교점과도 일치합니다.

★ 풀이

$f(x)=x^2-2x+2$와 역함수의 교점은 $y=x$와의 교점과 같습니다.

$x^2-2x+2=x$

$(x-1)(x-2)=0$

교점의 좌표는 (1, 1), (2, 2) 이므로

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{2}$

17번

★ 정답	④
★ 출제영역	[수학2] 지수와 로그
★ 난이도	하

★ 풀이

$3^{(\sqrt{2}+5)+(\sqrt{2}-1)-2(\sqrt{2}+1)}=9$

18번

★ 정답	③
★ 출제영역	[미적분1] 미분
★ 난이도	상

★ 개념

$y=f(x)$를 x에 대하여 미분하면 다음과 같습니다.

$$\frac{dy}{dx}=f'(x)$$

이 때, $\frac{dy}{dx}$는 “x에 대한 y의 변화율”입니다.

반지름의 길이가 r인 구의

① 겉넓이 $=4\pi r^2$

② 부피 $=\frac{4}{3}\pi r^3$

★ 풀이

반지름이 $1cm$인 구의 반지름이 $2cm$/초로 일정하게 증가하므로 t초 후의 반지름의 길이를 r이라 하면

$r=1+2t$ ㉠

겉넓이를 S라 하면,

$S=4\pi(1+2t)^2$ ㉡

㉡을 t에 대해 미분하면,

$\frac{dS}{dt}=4\pi(8t+4)=16\pi(2t+1)$ ㉢

이 때, $\frac{dS}{dt}$는 “시간에 따른 겉넓이의 변화율”입니다.

시간에 따른 겉넓이의 변화율이 $48\pi cm^2$/초일 때의 시간을 구해야 하므로 ㉢에 $\frac{dS}{dt}=48$을 대입하면

$48\pi=16\pi(2t+1)$

$\therefore\ t=1$

㉠에 의하여 $t=1$일 때의 구의 반지름은 3입니다.

$\therefore$ 구의 부피 $=\frac{4}{3}\pi(3)^3=36\pi$

19번

★ 정답	③
★ 출제영역	[확률과 통계] 순열과 조합
★ 난이도	하

★ 풀이

먼저 남자를 세우고 조건에 맞게 여자를 세웁니다.

남자를 세우는 방법 : $3! = 6$

여자들끼리 이웃하지 않기 위해 들어가도 되는 자리를 ★로 표시하면 다음과 같습니다.

★남★남★남★

네 곳의 자리 중 2곳을 골라 나열하면 되므로

여자를 나열하는 방법 : ${}_4P_2 = 12$

$\therefore\ 6 \times 12 = 72$

20번

★ 정답	③
★ 출제영역	[확률과통계] 통계
★ 난이도	하

★ 개념

모집단에서 n개의 원소를 임의 추출하였을 때 평균을 $\overline{X}$, 표준편차를 σ라 하면 모평균 m은 다음과 같이 추정합니다.

$$\overline{X} - \alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X} + \alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

※ σ는 원래 모집단의 표준편차이지만, 모집단의 표준편차 대신 표본의 표준편차를 그대로 사용해도 무방합니다.

★ 풀이

$$175 - 1.96 \cdot \frac{16}{\sqrt{64}} \le m \le 175 + 1.96 \cdot \frac{16}{\sqrt{64}}$$

$\therefore\ 171.08 \le m \le 178.92$