

제 2 교시

수학 영역 (A형)

5지선다형

1. $\log_2 24 - \log_2 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 11x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - 4) = 0$

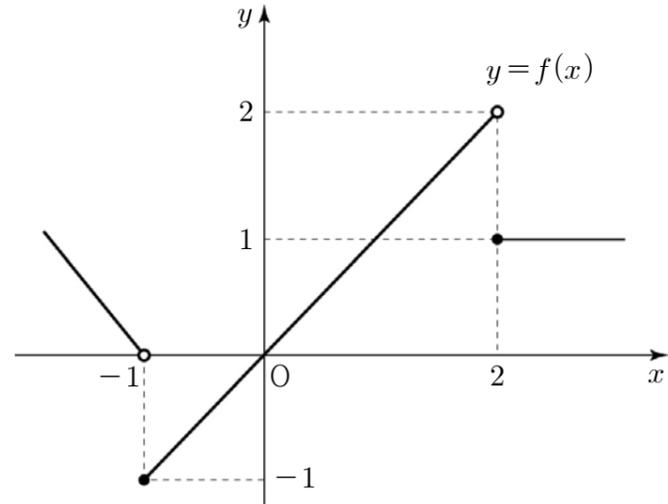
이 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n + 2^n$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a-1 & a+2 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 다항식 $(1+3x)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 180 ② 210 ③ 240 ④ 270 ⑤ 300

10. 함수 $f(x) = x^3 - 9x$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{77}{2}$ ② 39 ③ $\frac{79}{2}$ ④ 40 ⑤ $\frac{81}{2}$

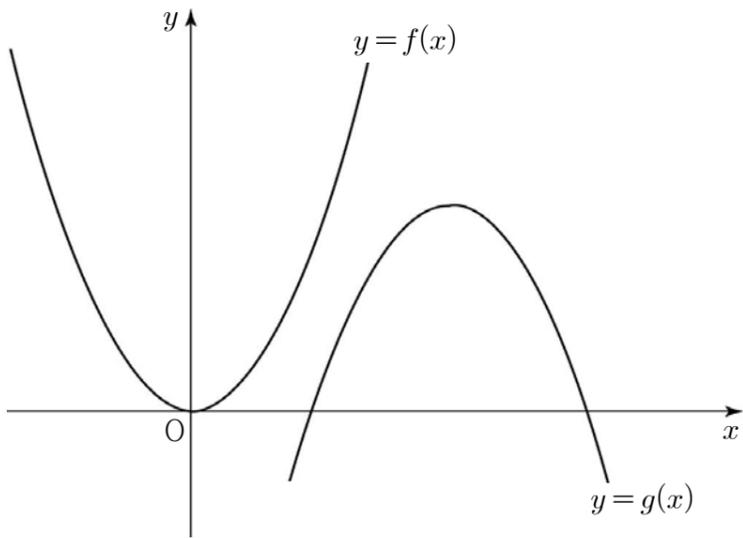
11. 지수부등식 $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

12. 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - 9x + 4 - k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 28 ② 31 ③ 34 ④ 37 ⑤ 40

[13~14] 두 함수 $f(x) = x^2$ 과 $g(x) = -(x-3)^2 + k$ ($k > 0$)에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 직선 $y = k$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 A, B라 하고, 함수 $y = g(x)$ 의 꼭짓점을 C라 하자. 세 점 A, B, C의 x 좌표가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은? (단, A는 제2사분면 위의 점이다.) [3점]

- ① 1
- ② $\frac{5}{4}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{7}{4}$
- ⑤ 2

14. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(1, 1)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 l 에 곡선 $y = g(x)$ 가 접할 때의 접점을 Q, 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축이 만나는 두 점을 각각 R, S라 할 때, 삼각형 QRS의 넓이는? [4점]

- ① 4
- ② $\frac{9}{2}$
- ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ 6

15. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - 3x^4 + 2x^2$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 총 공기흡인량이 $V(\text{m}^3)$ 이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $W(\text{mg})$ 일 때의 공기 중 먼지 농도 $C(\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log C = 3 - \log V + \log W \quad (W > 0)$$

A 지역에서 총 공기흡인량이 V_0 이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 W_0 일 때의 공기 중 먼지 농도를 C_A , B 지역에서

총 공기흡인량이 $\frac{1}{9}V_0$ 이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가

$\frac{1}{27}W_0$ 일 때의 공기 중 먼지 농도를 C_B 라 하자. $C_A = kC_B$ 를 만족시키는 상수 k 의 값은? (단, $W_0 > 0$) [4점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 9 ⑤ $9\sqrt{3}$

17. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{4}$ 이고

$$(n+1)a_n = a_{n+1}(3n-2a_n) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변을 $a_n a_{n+1}$ 로 나누면

$$\frac{n+1}{a_{n+1}} = \frac{3n-2a_n}{a_n}$$

이다. $b_n = \frac{n}{a_n}$ 이라 하면

$$b_{n+1} = 3b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, $b_{n+1} - 1 = 3(b_n - 1)$ 이다.

$b_1 = 4$ 이므로 $b_n - 1 = \boxed{\text{(나)}}$

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} + 1$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{n}{\boxed{\text{(나)}} + 1} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 값을 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 24
- ② 25
- ③ 26
- ④ 27
- ⑤ 28

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB - A = 2E, \quad BA^2 - A^2 + B = -E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. $2A + B = -E$
 ㄷ. $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. -1 이 아닌 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & (x \leq 0) \\ 2x+a & (x > 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x) = f(x)f(x-1)$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

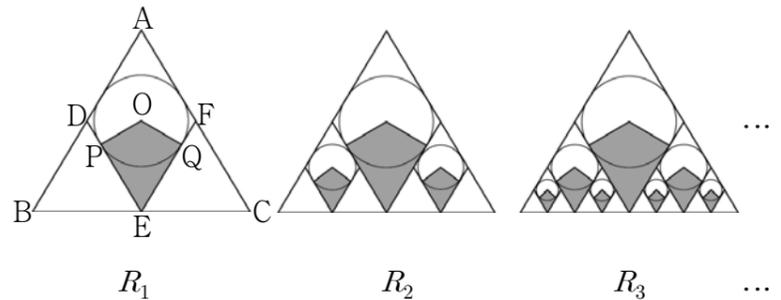
20. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형 ABC가 있다.

세 선분 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 하고 두 정삼각형 BED, ECF를 그린 후 마침내 ADEF에 중심이 O인 원을 내접하도록 그린다. 원과 두 선분 DE, EF의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 사각형 OPEQ를 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 새로 그려진 두 개의 정삼각형의 내부에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 그려진 네 개의 정삼각형의 내부에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 네 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{3}$ ② $\frac{13}{2}\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}$
 ④ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x) = |f(x)|$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 미분가능하고 $g(1) = g'(1)$ 이다.
- (나) $g(x)$ 는 $x = -1, x = 0, x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.

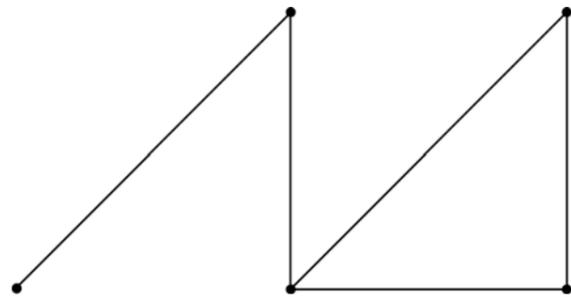
$g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5^n + 2^n}{5^n - 2^n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



24. 함수 $f(x) = x^2 + 5x + 6$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

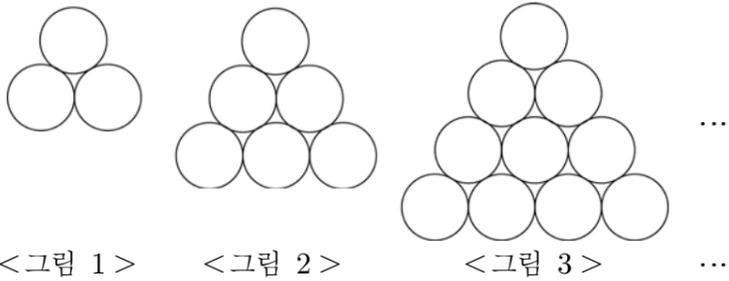
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{84}{(2n+1)(2n+3)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 한 개의 주사위를 4번 던질 때 6의 약수의 눈이 2번 나올 확률을 p_1 이라 하고, 한 개의 동전을 3번 던질 때 동전의 앞면이

2번 나올 확률을 p_2 라 하자. $\frac{1}{p_1 p_2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

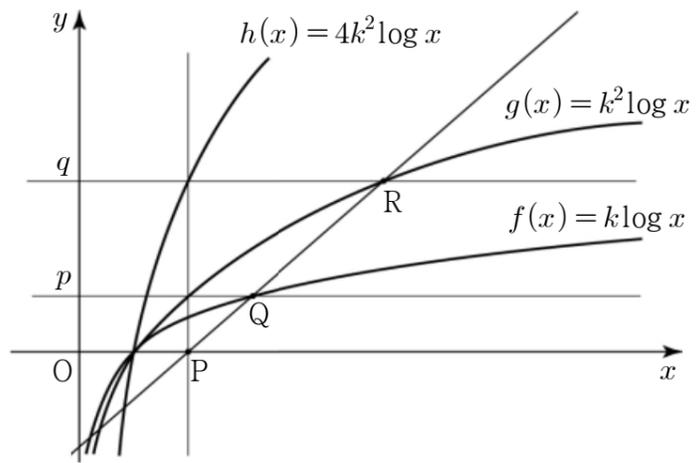
27. 다음 [단계]에 따라 반지름의 길이가 같은 원들을 외접하도록 그린다.

[단계 1] 3개의 원을 외접하게 그려서 <그림 1>을 얻는다.
 [단계 2] <그림 1>의 아래에 3개의 원을 외접하게 그려서 <그림 2>를 얻는다.
 [단계 3] <그림 2>의 아래에 4개의 원을 외접하게 그려서 <그림 3>을 얻는다.
 ⋮
 [단계 m] <그림 $m-1$ >의 아래에 $(m+1)$ 개의 원을 외접하게 그려서 <그림 m >을 얻는다. ($m \geq 2$)



<그림 n >에 그려진 원의 모든 접점의 개수를 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)이라 하자. 예를 들어, $a_1 = 3, a_2 = 9$ 이다. a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 세 로그함수 $f(x) = k \log x, g(x) = k^2 \log x, h(x) = 4k^2 \log x$ 의 그래프가 있다. 점 $P(2, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 곡선 $y = g(x), y = h(x)$ 와 만나는 점의 y 좌표를 각각 p, q 라 하자. 직선 $y = p$ 와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 점을 $Q(a, p)$, 직선 $y = q$ 와 곡선 $y = g(x)$ 가 만나는 점을 $R(b, q)$ 라 하자. 세 점 P, Q, R 가 한 직선 위에 있을 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. (단, $k > 1$) [4점]



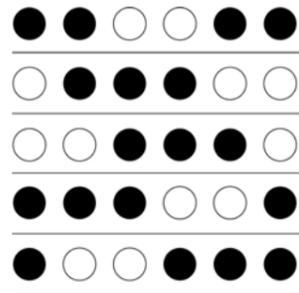
29. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^3 f(x) dx$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $4m$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(0) = 0$
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(2-x) = f'(2+x)$ 이다.
- (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq -3$ 이다.

30. 검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은



으로 4가지이다.
 예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.