

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3 ④ 9 ⑤ 27

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n-1}{\sqrt{n^2+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

5. 두 양의 실수 $a, b(a > b)$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a^n}{a^n + b^n}$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 실수 a, b 에 대하여 $2^a = 3, 3^b = \sqrt{2}$ 가 성립할 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 9, a_7 = 21$ 일 때, $a_3 + a_8$ 의 값은?

[3점]

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

수학 영역(A형)

3

8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

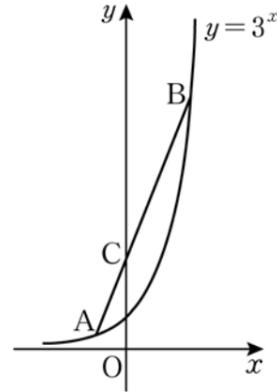
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3}{a_n - 1}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 지수함수 $y=3^x$ 의 그래프 위의 한 점 A의 y 좌표가 $\frac{1}{3}$ 이다.

이 그래프 위의 한 점 B에 대하여 선분 AB를 1:2로 내분하는 점 C가 y 축 위에 있을 때, 점 B의 y 좌표는? [3점]

- ① 3 ② $3\sqrt[3]{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt[3]{9}$ ⑤ 9



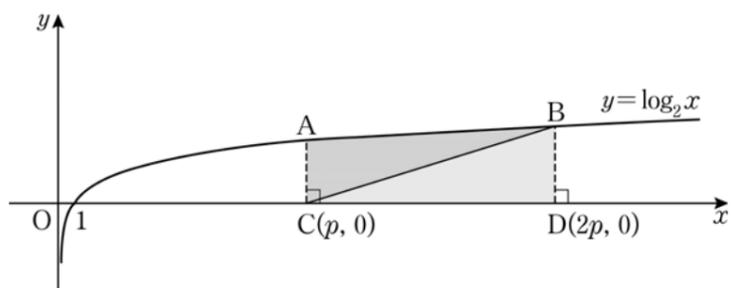
9. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -12 & -a \\ a & 13 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 - A = 3E$ 가 성립할 때,

$A - 2E$ 의 역행렬의 모든 성분의 합은?

(단, a 는 실수이고, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 그림과 같이 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 $C(p, 0)$, $D(2p, 0)$ 이라 하자. 삼각형 BCD와 삼각형 ACB의 넓이의 차이가 8일 때, 실수 p 의 값은? (단, $p > 1$) [3점]



- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

12. 모든 항이 양의 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = k, \quad a_n a_{n+1} + a_{n+1} = k a_n^2 + k a_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시키고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$ 일 때, 실수 k 의 값은?

(단, $0 < k < 1$) [3점]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

수학 영역(A형)

5

[13~14] 양의 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \log x$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13 세 실수 $f(3)$, $f(3^t+3)$, $f(12)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 실수 t 의 값은? [3점]

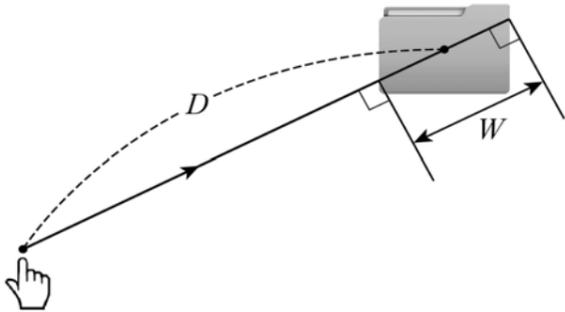
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14 $f(n)$ 의 지표가 1, 가수가 α 일 때, 2α 의 정수 부분이 1인 모든 자연수 n 의 개수는? (단, $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$) [4점]

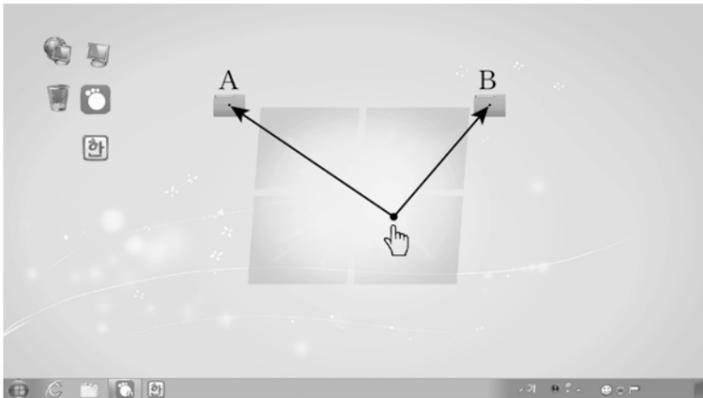
- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

15. 컴퓨터 화면에서 마우스 커서(☞)가 아이콘까지 이동하는 시간을 T (초), 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘의 중심까지의 거리를 D (cm), 마우스 커서가 움직이는 방향으로 측정된 아이콘의 폭을 W (cm)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다. (단, $D > 0$)

$$T = a + \frac{1}{10} \log_2 \left(\frac{D}{W} + 1 \right) \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$



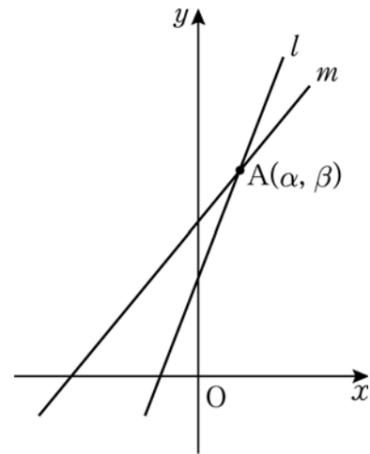
그림과 같이 컴퓨터 화면에 두 개의 아이콘 A, B가 있다.



현재 마우스 커서의 위치에서 아이콘 A의 방향으로 측정된 아이콘 A의 폭 W_A 와 아이콘 B의 방향으로 측정된 아이콘 B의 폭 W_B 는 모두 1cm로 같다. 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘 A의 중심까지의 거리와 아이콘 B의 중심까지의 거리를 각각 D_A (cm), D_B (cm)라 할 때, 마우스 커서가 아이콘 A까지 이동하는 시간 T_A , 아이콘 B까지 이동하는 시간 T_B 는 각각 0.71초, 0.66초이다. $\frac{D_A + 1}{D_B + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

16. 그림과 같이 두 직선 l, m 이 제1사분면의 점 $A(\alpha, \beta)$ 에서 만난다. $x = \alpha, y = \beta$ 가 연립방정식 $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 의 해일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

수학 영역(A형)

7

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \frac{1}{n+1} \quad (n \geq 1)$
 (나) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 b_n = 2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은? [4점]

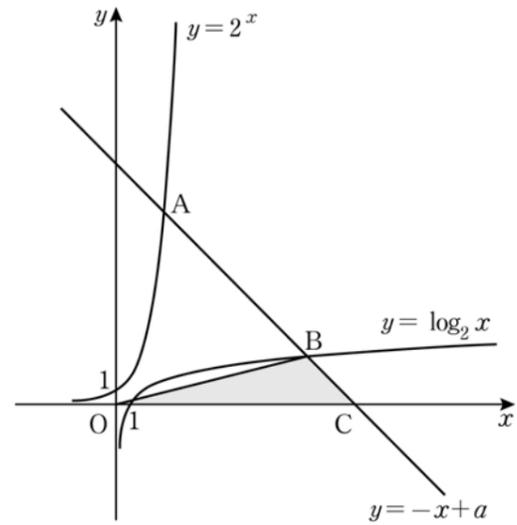
- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

18. 그림과 같이 직선 $y = -x + a$ 가 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, x 축과 만나는 점을 C 라 할 때, 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 1$
 (나) 삼각형 OBC 의 넓이는 40 이다.

점 A 의 좌표를 $A(p, q)$ 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

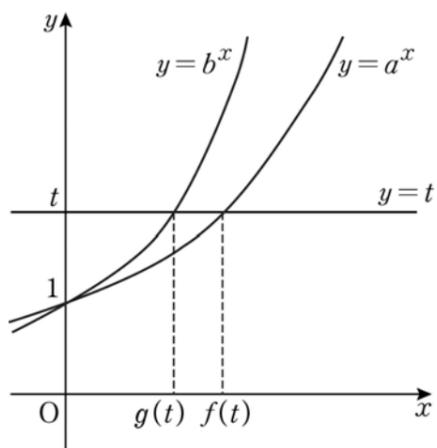
(단, O 는 원점이고, a 는 상수이다.) [4점]



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

수학 영역(A형)

19. 그림과 같이 두 곡선 $y = a^x$, $y = b^x$ ($1 < a < b$)가 직선 $y = t$ ($t > 1$)과 만나는 점의 x 좌표를 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 할 때, $2f(a) = 3g(a)$ 가 성립한다. $f(c) = g(27)$ 을 만족시키는 실수 c 의 값은? [4점]



- ① 6
- ② 9
- ③ 12
- ④ 15
- ⑤ 18

20. 두 이차정사각행렬 A , B 가

$$A^2 + AB = 2E, \quad A^2 - 2A = B^2 + 2B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = -BA$

ㄷ. $B^2 = 5E - 3A$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역(A형)

9

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 15와 서로소인 자연수를 작은 수부터 차례대로 모두 나열하여 만든 것이다. 예를 들면 $a_2 = 2$, $a_4 = 7$ 이다.

$\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 240 ② 280 ③ 320 ④ 360 ⑤ 400

단답형

22. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

의 해가 $x=1, y=1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 실수이다.) [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2$ 일 때, a_{50} 의 값을 구하시오. [3점]

24. $30 \leq a \leq 40$, $150 \leq b \leq 294$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자연수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 4^m 이 8 자리의 정수가 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.) [4점]

25. 자연수 n 에 대하여 2^{n-1} 의 모든 양의 약수의 합을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 와 자연수 n 에 대하여 A^n 의 (1, 1) 성분과 (2, 2) 성분의 곱을 p_n 이라 하자.
 $\log_{36} p_1 p_2 \cdots p_n = 105$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

28. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq \left(\frac{1}{n}\right)^2 \\ |x| + |y| \geq \frac{1}{n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

의 해 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\frac{20}{\pi-2} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{S_n S_{n+2}}$$

의 값을 구하시오. [4점]

29. $\log_2(-x^2+ax+4)$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 실수 x 의 개수가 6일 때, 모든 자연수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

30. 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합 A 의 임의의 두 원소 $a_i, a_j (i \neq j)$ 에 대하여 $a_i + a_j \neq 31$

(나) $\sum_{i=1}^{15} a_i = 264$

$\frac{1}{31} \sum_{i=1}^{15} a_i^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.