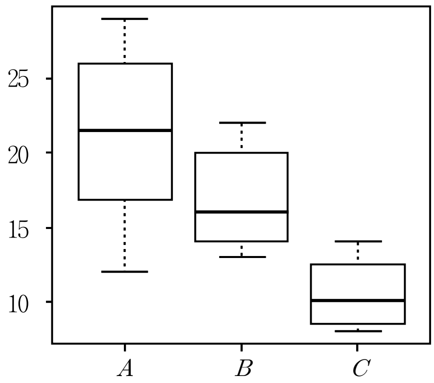
통계학개론

문 1. 어느 회사의 기계 A, B, C로부터 생산된 베어링의 수명에 대한 상자그림(box plot)은 다음과 같다. 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 최댓값은 A가 C보다 크다.
② 범위(range)는 A가 B보다 크다.
③ 중앙값(median)의 크기는 $A > B > C$ 순이다.
④ B의 제3사분위수(Q_3)는 A의 제1사분위수(Q_1)보다 작다.

문 2. 두 이산확률변수 X와 Y의 결합확률분포표가 다음과 같을 때, X와 Y의 공분산은?

Y \ X	-2	0	2
0	0	$\frac{1}{3}$	0
1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$

① 0
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{2}{3}$
④ 1

문 3. 어느 볼펜 제조 공장에서 100개의 표본을 임의로 추출하여 불량 여부를 조사한 결과 12개가 불량품이었다. 이항분포의 정규분포근사를 이용하여 불량품의 비율에 대한 95% 신뢰구간을 구한 것은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z|<1.645)=0.90$이고 $P(|Z|<1.96)=0.95$이다)

① $\frac{12}{100} \pm 1.96\sqrt{\frac{12}{100} \times \left(1-\frac{12}{100}\right)}$
② $\frac{12}{100} \pm 1.96\sqrt{\frac{12}{100} \times \left(1-\frac{12}{100}\right) \times \frac{1}{100}}$
③ $\frac{12}{100} \pm 1.645\sqrt{\frac{12}{100} \times \left(1-\frac{12}{100}\right)}$
④ $\frac{12}{100} \pm 1.645\sqrt{\frac{12}{100} \times \left(1-\frac{12}{100}\right) \times \frac{1}{100}}$

문 4. X_1, X_2, X_3은 평균이 μ인 모집단에서의 임의표본(random sample)이다. 다음의 μ에 대한 추정량 중 불편추정량(unbiased estimator)만을 모두 고른 것은?

$$Y_1 = \frac{X_1+X_2+X_3}{3}, \qquad Y_2 = \frac{2X_1+X_2}{3}, \qquad Y_3 = X_3$$

① Y_1
② Y_1, Y_2
③ Y_1, Y_3
④ Y_1, Y_2, Y_3

문 5. 확률변수 X는 평균이 4이고 분산이 9인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y는 평균이 2이고 분산이 3인 정규분포를 따른다. X와 Y가 서로 독립일 때, 다음 설명 중 옳은 것은?
① $2X+1$의 분산은 18이다.
② $X+2$와 $2Y+1$ 사이의 상관계수는 0보다 크다.
③ $X-Y$는 평균이 2이고 분산이 6인 정규분포를 따른다.
④ $\frac{X+Y}{2}$는 평균이 3이고 분산이 3인 정규분포를 따른다.

문 6. $X_1, X_2, \cdots, X_n$은 평균이 4이고 분산이 25인 정규모집단에서의 임의표본(random sample)이다. $P(\overline{X} \le 4+5y)=0.5$를 만족하는 y값은? (단, 표본의 크기 n은 16이고, 표본평균 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$이다)

① $-\frac{4}{5}$
② 0
③ $\frac{4}{5}$
④ 1

문 7. 확률변수 X는 평균이 3이고 분산이 4이다. $E\left(\frac{X-3}{2}\right)=p$라 하고 $E\left[\left(\frac{X-3}{2}\right)^2\right]=q$라 할 때, $p+q$는?

① 0
② 1
③ 2
④ 3

문 8. 카이제곱분포에 대한 설명으로 옳은 것만을 모두 고른 것은?

ㄱ. Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, Z^2은 자유도가 1인 카이제곱분포를 따른다.
ㄴ. 서로 독립인 두 확률변수가 각각 카이제곱분포를 따를 때, 두 확률변수의 합도 카이제곱분포를 따른다.
ㄷ. 두 범주형자료의 독립성검정에서 행의 수가 3이고 열의 수가 4인 분할표(contingency table)를 이용할 때, 카이제곱 검정통계량은 자유도가 12인 카이제곱분포를 따른다.

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문 9. 다음은 어느 기관에서 세 가지 교육방법에 따른 근무평가점수의 차이를 알아보고자 반복수가 같은 일원배치 분산분석법(one-way analysis of variance)을 적용하여 얻은 분산분석표의 일부이다. 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

요인	제곱합	자유도	평균제곱	F-값	p-값
처리	㉠	㉢			㉤
잔차			㉣		
계	㉡				

① ㉢은 2이다.

② 근무평가점수의 분산에 대한 추정값은 ㉣이다.

③ ㉡이 고정되어 있을 때, ㉠이 커지면 ㉤은 작아진다.

④ ㉤이 0.05보다 크면 유의수준 5%에서 세 가지 교육방법에 따른 근무평가점수는 차이가 있다고 할 수 있다.

문 10. 평균이 172이고 분산이 100인 정규모집단에서 10개의 표본을 임의로 추출할 때, 모평균보다 큰 표본의 수를 확률변수 X라고 하자. X의 분산은?

① 1

② $\frac{5}{2}$

③ $\sqrt{10}$

④ 10

문 11. 사건 A가 일어날 확률은 0.6이고, 사건 A가 일어났을 때 사건 B가 일어날 조건부확률은 0.4이다. 사건 A와 B가 서로 독립일 때, 사건 B가 일어날 확률은?

① 0.24

② 0.4

③ 0.5

④ 0.6

문 12. 확률변수 X와 Y의 분산이 각각 25와 36이고 X와 Y의 공분산은 -20일 때, $2X+1$과 $Y-5$ 사이의 상관계수는?

① $-\frac{2}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

문 13. 평균이 μ이고 분산이 4인 정규모집단에서 μ에 대한 95% 신뢰구간을 추정하고자 한다. 크기가 16과 64인 임의표본(random sample)으로부터 추정된 신뢰구간의 길이를 각각 A와 B라고 할 때, $\frac{B}{A}$의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 2

④ 4

문 14. 절편이 있는 단순선형회귀분석에서 결정계수(coefficient of determination)에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 항상 0보다 크거나 같고 1보다 작거나 같다.

② 종속변수와 독립변수 사이의 표본상관계수 제곱과 같다.

③ 종속변수의 분산에 대한 불편추정량(unbiased estimator)이다.

④ 총변동(total sum of squares) 중에서 추정된 회귀식에 의해 설명되는 변동(regression sum of squares)의 비율을 나타낸다.

문 15. $X_1, X_2, \cdots, X_n$이 어떤 모집단으로부터의 임의표본(random sample)일 때, 표본평균 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$이고 표본분산 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$이다. 다음 통계량을 이용하여 계산한 표본분산이 a이고 변동계수(또는 변이계수)가 b이면, $a+b$는? (단, 변동계수는 백분율(%)로 환산하지 않은 값으로 한다)

$$n=3, \qquad \overline{X}=2, \qquad \sum_{i=1}^{n}X_i^2=20$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

문 16. 분산이 같고 서로 독립인 두 정규모집단 A와 B로부터 크기가 각각 16인 표본을 임의로 추출하여 두 모평균의 차에 대한 검정을 하려고 한다. 모집단 A의 표본분산이 64이고 모집단 공통분산의 추정량인 합동표본분산(pooled sample variance)이 50일 때, 모집단 B의 표본분산은? (단, 확률변수 $X_1, X_2, \cdots, X_n$의 표본평균 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$이고, 표본분산 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$이다)

① 16

② 25

③ 36

④ 49

문 17. 다음은 단순선형회귀모형 $Y_i=\beta_0+\beta_1X_i+\epsilon_i$, $i=1,2,\cdots,n$을 적합할 때 나타나는 분산분석표의 일부이다. 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, ϵ_i는 평균이 0이고 분산이 σ^2인 정규분포를 따르며, 서로 독립이다)

요인	제곱합	자유도	평균제곱	F-값	p-값
회귀			20		0.0064
잔차	30	15			

① F-값은 10이다.
② 표본의 크기 n은 17이다.
③ 종속변수와 독립변수 사이의 표본상관계수는 0.4이다.
④ 유의수준 5%에서 '이 회귀모형은 유의하지 않다'는 귀무가설을 기각한다.

문 18. 평균이 μ이고 분산이 σ^2인 정규모집단에서의 임의표본(random sample) $X_1,X_2,\cdots,X_n$에 대하여 표본평균 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$이고 표본분산 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$일 때, 다음 중 확률변수의 분포에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, 표본의 크기 n은 1보다 크다)

① $\frac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{S}$는 자유도가 n인 t-분포를 따른다.
② $\frac{\overline{X}}{\sigma}$는 평균이 $\frac{\mu}{\sigma}$이고 분산이 $\frac{1}{n}$인 정규분포를 따른다.
③ $\sum_{i=1}^{n}X_i$는 평균이 $n\mu$이고 분산이 $n\sigma^2$인 정규분포를 따른다.
④ $\frac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{\sigma}$는 평균이 0이고 분산이 1인 표준정규분포를 따른다.

문 19. 어느 지역에서의 특정 스마트폰 모델에 대한 남녀별 선호도 차이를 알아보기 위해 남자 200명, 여자 100명을 임의로 추출하여 조사한 결과가 다음 표와 같다. 이를 검정하기 위한 Z-검정통계량의 값은? (단, Z-검정통계량은 근사적으로 표준정규분포를 따른다)

	표본크기	특정 스마트폰 모델 선호자 수
남자	200	100
여자	100	40

① $\frac{|0.5-0.4|}{\sqrt{\left(\frac{15}{30}\times\frac{15}{30}\right)}\times\sqrt{\frac{1}{140}}}$

② $\frac{|0.5-0.4|}{\sqrt{\left(\frac{15}{30}\times\frac{15}{30}\right)}\times\sqrt{\frac{1}{300}}}$

③ $\frac{|0.5-0.4|}{\sqrt{\left(\frac{14}{30}\times\frac{16}{30}\right)}\times\sqrt{\left(\frac{1}{200}+\frac{1}{100}\right)}}$

④ $\frac{|0.5-0.4|}{\sqrt{\frac{14}{30}}\times\sqrt{\left(\frac{1}{200}+\frac{1}{100}\right)}}$

문 20. 반복수가 같지 않은 일원배치 분산분석법(one-way analysis of variance)에서 i번째 처리의 j번째 자료인 Y_{ij}의 분산이 σ^2이고 i번째 처리의 평균 $\overline{Y_{i.}}=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}Y_{ij}$이고 총평균 $\overline{Y_{..}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}Y_{ij}$일 때, σ^2의 불편추정량(unbiased estimator)은? (단, $i=1,2,\cdots,k$ 이고, $j=1,2,\cdots,n_i$ 이고, $n_i>1$이며, 표본의 크기 n은 $n_1+n_2+\cdots+n_k$이다)

① $\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y_{i.}})^2}{n-k}$

② $\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y_{..}})^2}{n-k}$

③ $\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y_{i.}})^2}{n-1}$

④ $\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y_{..}})^2}{n-1}$