

1. 정답 ④

- ① 공통원소 4가 있으므로 두 집합은 서로소가 아니다.(거짓)
- ② $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ (거짓)
- ③ $A - B = \{1, 3\}$ (거짓)

2. 정답 ③

- 함수가 되기 위해서 정의역의 원소는 반드시 대응 되어야 하며, 하나에만 대응되어야 한다.
- ㄱ. 2가 대응 되는 원소가 2,3 2개이므로 함수가 아니다.
- ㄷ. 3에 대응 되는 원소가 없으므로 함수가 아니다.

3. 정답 ④

- 직선 $2x - y + 1 = 0$ 을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동하면,
$$2(x - a) - (y - b) + 1 = 0$$

$$2x - y - 2a + b + 1 = 0$$
- 은,
$$2x - y - 4 = 0$$
과 일치하므로

$$-2a + b + 1 = -4$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

4. 정답 ③

- 주어진 식의 분모를 실수화 하여, 실수 부분과 허수 부분으로 나누어 정리하면,
$$\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = \frac{a(1-i)}{2} + \frac{b(1+i)}{2}$$

$$= \frac{a+b}{2} - \frac{(a-b)}{2}i = 2 - i$$
- $a + b = 4$, $a - b = 2$
- $\therefore a^2 - b^2 = 8$

5. 정답 ③

- $g(a) = b$, $g^{-1}(b) = a$ 인 역함수의 성질을 이용하여
- $g(2) = k$, $g^{-1}(k) = 2$ 가 되고
- $(g \circ f)^{-1}(x) = f^{-1}(x) \circ g^{-1}(x) = f^{-1}(2) = 2k$
- $f(x) = 2x + 1$ 이므로

$$k = \frac{1}{4}$$

6. 정답 ④

주어진 연립방정식의 첫 번째 식을 인수분해하면,

$$x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0,$$

$$x = 2y, x = -y \text{ 를 각각}$$

$$x^2 + y^2 = 50 \text{ 에 대입하면,}$$

- (i) $x = 2y$
$$5y^2 = 50, y = \pm \sqrt{10}, x = \pm 2\sqrt{10}$$
- (ii) $x = -y$
$$2y^2 = 50, y = \pm 5, x = \mp 5$$

7. 정답 ④

- 케일리해밀턴 정리에 의하여
$$A^2 + E = 0, A^2 = -E$$

$$A^4 = E$$

$$A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + \dots + A^{123}$$

$$= A - E - A + E + A + \dots + A - E - A = -E$$

8. 정답 ②

$$n - 1 \leq \log_5 A < n$$

$$5^{n-1} \leq A < 5^n$$

만족하는 자연수 A 의 개수

$$= 5^n - 5^{n-1} = 4 \times 5^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \times 5^{n-1}} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{16}$$

9. 정답 ④

- 실수 전체에서 연속이 되기 위해서는
- $\sin a = 1$, $\sin(-a) = -1$ 이어야 한다.
- $a = \frac{\pi}{2}$

10. 정답 ②

각각의 원에 접하기 위해서는 각 접선의

접점과 원의 중심사이의 거리가 반지름과 같아야 한다.

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2+1}} = 1, \frac{|3m+n|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$$

위의 두식을 연립하면,

$$|n| = |3m+n|$$

기울기가 양수이므로,

$$n = -3m - n, 3m = -2n$$

위의 식에 대입하면,

$$m = \frac{2}{\sqrt{5}}, n = -\frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$mn = -\frac{6}{5}$$

11. 정답 ④

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(-2)$ 이므로,

$$\therefore f(-2) = -6$$

12. 정답 ③

$$\sum_{k=1}^{10} (k^2 + 2k) = \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + 10 \times 11 = 495$$

13. 정답 ①

$$3^{2n-1} = 3^{-\frac{5}{2}}, 2n-1 = -\frac{5}{2}$$

$$n = -\frac{3}{4}$$

14. 정답 ②

$$f(1) = -1$$

$$f^{-1}(1) = 4 \text{ 이므로 } f(4) = 1 \text{ 을}$$

각각 대입하여 정리하면,

$$-1 = \frac{b-7}{a+1}, a+b=6$$

$$1 = \frac{4b-7}{4a+1}, a-b=-2$$

연립하여, $a=2, b=4$

$$ab=8$$

15. 정답 ①

$$P(A|B) = P(B|A) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2} \quad \text{㉠}$$

$$P(A \cap B) = 3P(A) \cdot P(B) \quad \text{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\frac{3P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = \frac{3P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(A) = P(B) = \frac{1}{6}, P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

16. 정답 ②

$$1 \leq \log_2 \frac{7}{2} < 2 \text{ 이므로}$$

$$\text{정수부분 } x = 1$$

$$\text{소수부분 } y = \log_2 \frac{7}{2} - 1 = \log_2 \frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x + 2^y = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2$$

17. 정답 ①

$$P(X \geq 80) = P(Z \geq 2) \text{ 이므로}$$

$$0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

18. 정답 ②

이차방정식이 중근을 가지므로,

$$\frac{D}{4} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0$$

$$(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta) = 0$$

θ 는 제 2사분면의 각이므로

$\sin \theta, \cos \theta$ 의 부호가 다르다.

$$\cos \theta = -\sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -1$$

19. 정답 ①

도함수의 함숫값이 음→양으로 변하는 곳에서 극솟값, 양→음으로 변하는 곳에서 극댓값을 갖게 되므로

$f(x)$ 는 주어진 구간에서는 극댓값 1개,

극솟값 2개를 갖는다.

$$a-b = 1-2 = -1$$

20. 정답 ①

$y = m(x-1) + 2$ 와 $y = x^2$ 을 연립하면,
 $x^2 - mx + m - 2 = 0$ 의 교점을 α, β 라
 고 하였을 때,

$\alpha + \beta = m, \alpha\beta = m - 2$ 이다.

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = m^2 - 4m + 8$$

$$\beta - \alpha = (m^2 - 4m + 8)^{\frac{1}{2}}$$

이차함수와 직선 사이의 넓이는

$$|\frac{a}{6}(\beta - \alpha)^3| \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6}(m^2 - 4m + 8)^{\frac{3}{2}}$$

$m^2 - 4m + 8$ 이 최소일 때 최솟값을 갖
 는다.

$$m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 \text{ 이므로}$$

최솟값은 4,

따라서 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{6} \times 4^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$p + q = 7$$