

1. 정답 ④

- ① 공통원소 4가 있으므로 서로소가 아니다 (거짓)
 ② $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ (거짓)
 ③ $A - B = \{1, 3\}$ (거짓)

2. 정답 ③

- ㄱ. 2에 대응되는 원소가 2개이므로 함수가 아니다.
 ㄴ. 3에 대응되는 원소가 없으므로 함수가 아니다.

3. 정답 ④

직선 $2x - y + 1 = 0$ 을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행 이동하면,

$$2(x - a) - (y - b) + 1 = 0$$

$$2x - y - 2a + b + 1 = 0$$

$$2x - y - 4 = 0 \text{과 일치하므로}$$

$$-2a + b + 1 = -4$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

4. 정답 ③

$$\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = \frac{a(1-i)}{2} + \frac{b(1+i)}{2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)i = 2 - i$$

$$a + b = 4, a - b = 2$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 8$$

5. 정답 ③

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \text{ 이므로}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x$$

$$x = \frac{1}{2} \text{를 대입하면,}$$

$$g\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = g(2) = \frac{1}{4}$$

6. 정답 ④

$$\text{인수분해하면 } (x - 2y)(x + y) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = 2y \text{ or } x = -y$$

$$x^2 + y^2 = 50 \text{에 대입하면}$$

$$\text{i) } x = 2y$$

$$5y^2 = 50$$

$$y = \pm \sqrt{10}$$

$$x = \pm 2\sqrt{10}$$

$$\text{ii) } x = -y$$

$$2y^2 = 50$$

$$y = \pm 5, x = \mp 5$$

$$\therefore \alpha_i + \beta_i \text{의 최댓값은 } 3\sqrt{10}$$

7. 정답 ④

$$\text{케일리해밀턴 정리에 의하여}$$

$$A^2 + E = 0$$

$$A^4 = E$$

$$\sum_{n=1}^{123} A^n = A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + \dots + A^{123}$$

$$= A - E - A + E + A + \dots + A^{123}$$

$$= -E$$

$$\therefore \text{모든 성분의 합} = -2$$

8. 정답 ②

$$n - 1 \leq \log_5 A < n$$

$$5^{n-1} \leq A < 5^n$$

$$\text{만족하는 자연수 } A \text{의 개수} = 5^n - 5^{n-1} = 4 \cdot 5^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 5^{n-1}} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{16}$$

9. 정답 ④

$$f(x) = \begin{cases} x & (|x| > 1) \\ \sin ax & (|x| < 1) \\ 1 & (x = 1) \\ -1 & (x = -1) \end{cases}$$

실수 전체에서 연속이 되기 위해서는 $\sin a = 1, \sin(-a) = -1$ 이어야 한다.

$$\therefore a = \frac{\pi}{2}$$

10. 정답 ②

각각의 원에 접하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2+1}} = 1, \quad \frac{|3m+n|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$$

동시에 접해야 하므로 두 식을 연립하면,

$$|n| = |3m+n|$$

기울기가 양수이므로

$$n = -3m - n$$

$$\therefore 3m = -2n$$

위의 식에 다시 대입하여 정리하면,

$$m = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad n = -\frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore mn = -\frac{6}{5}$$

11. 정답 ④

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(-2)$ 이므로

$$\therefore f(-2) = -6$$

12. ③

$$\sum_{k=1}^{10} (k^2 + 2k) = \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + 10 \cdot 11 = 495$$

13. 정답 ①

$$3^{2n-1} = 3^{-\frac{5}{2}}$$

$$2n-1 = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore n = -\frac{3}{4}$$

14. 정답 ②

$$f(1) = -1$$

$$f^{-1}(1) = 4 \text{ 이므로 } f(4) = 1$$

을 각각 대입하여 정리하면,

$$-1 = \frac{b-7}{a+1} \quad \therefore a+b=6$$

$$1 = \frac{4b-7}{4a+1} \quad \therefore a-b=-2$$

$$\therefore a=2, \quad b=4$$

$$ab=8$$

15. 정답 ①

$$P(A|B) = P(B|A) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2} \quad \text{㉠}$$

$$P(A \cap B) = 3P(A) \cdot P(B) \quad \text{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\frac{3P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = \frac{3P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(A) = P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

16. 정답 ②

$$1 \leq \log_2 \frac{7}{2} < 2 \text{ 이므로}$$

$$\text{정수부분 } x = 1$$

$$\text{소수부분 } y = \log_2 \frac{7}{2} - 1 = \log_2 \frac{7}{4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{4}\right)^x + 2^y = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2$$

17. 정답 ①

$$P(X \geq 80) = P(Z \geq 2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

18. 정답 ②

이차방정식이 중근을 가지므로,

$$D/4 = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0$$

$$\therefore (\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta) = 0$$

θ 는 2사분면의 각이므로 $\sin \theta, \cos \theta$ 의 부호가 다르다.

$$\therefore \cos \theta = -\sin \theta$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -1$$

19. 정답 ①

도함수의 함숫값이 음 $\rightarrow$ 양으로 변하는 곳에서 극솟값,

양 $\rightarrow$ 음으로 변하는 곳에서 극댓값을 갖는다.

따라서 $f(x)$ 는 주어진 구간에서 극댓값 1개, 극솟값 2개를 갖는다.

$$\therefore a - b = 1 - 2 = -1$$

20. 정답 ①

$y = m(x-1) + 2$ 와 $y = x^2$ 을 연립하면,

$$x^2 - mx + m - 2 = 0$$

교점을 α, β 라 하면,

$$\alpha + \beta = m, \quad \alpha\beta = m - 2 \text{ 이다.}$$

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = m^2 - 4m + 8$$

$$\beta - \alpha = (m^2 - 4m + 8)^{\frac{1}{2}}$$

이차함수와 직선 사이의 넓이는

$$\left| \frac{a}{6}(\beta - \alpha)^3 \right| \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6}(m^2 - 4m + 8)^{\frac{3}{2}}$$

$m^2 - 4m + 8$ 이 최소일 때 최솟값을 갖는다.

$$m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{최솟값} = 4$$

$$\text{따라서 넓이의 최솟값은 } \frac{1}{6} \cdot 4^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore p + q = 7$$