

수 학 - 정답과 풀이

1. 정답 ④

- ① $A \cap B = \{1, 4\} \neq \emptyset$ (거짓)
 ② $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ (거짓)
 ③ $A - B = \{2, 3\}$ (거짓)
 ④ $B - A = \{7\}$ (참)

2. 정답 ③

- ㄱ. $f(2) = 2, f(2) = 3$: 함수가 아니다.
 ㄴ. 함수이다.
 ㄷ. $f(3) = 6 \notin Y$: 함수가 아니다.
 ㄹ. 함수이다.

3. 정답 ④

- $2x - y + 1 = 0$ 을 x 축으로 a 만큼, y 축으로 b 만큼 평행이동하면
 $2(x - a) - (y - b) + 1 = 0, \quad 2x - y - 2a + b + 1 = 0$
 $2x - y - 4 = 0$ 과 일치하므로 $-2a + b + 1 = -4$
 $\therefore 2a - b = 5$

4. 정답 ③

- $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = 2 - i$
 $\Rightarrow \frac{a(1-i)}{2} + \frac{b(1+i)}{2} = \frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}(-a+b)i = 2 - i$
 $\therefore a+b=4, \quad -a+b=-2$
 $\therefore a=3, \quad b=1$
 $\therefore a^2 - b^2 = 8$

5. 정답 ③

- $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \Rightarrow x = (g \circ f)(2x)$
 $f(2x) = 4x + 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

6. 정답 ④

- $x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$
 i) $x = 2y, \quad x^2 + y^2 = 50$
 $5y^2 = 50$
 $y = \pm \sqrt{10}, \quad x = \pm 2\sqrt{10}$
 ii) $x = -y, \quad x^2 + y^2 = 50$
 $2y^2 = 50$
 $y = \pm 5, \quad x = \mp 5$

$$\therefore \alpha_i + \beta_i \text{의 최댓값은 } 3\sqrt{10}$$

7. 정답 ④

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

$$A^3 = -A, \quad A^4 = E$$

$$A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + \cdots + A^{123}$$

$$= (A - E - A + E) + (A - E - A - E) + \cdots + A - E - A$$

$$= -E$$

$$\therefore \text{모든성분의 합은 } -2$$

8. 정답 ②

$$n-1 \leq \log_5 A < n \Rightarrow 5^{n-1} \leq A < 5^n$$

$$\therefore a_n = 5^n - 5^{n-1} = 4 \cdot 5^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 5^{n-1}} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{16}$$

9. 정답 ④

$$f(1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \sin a$$

$$\therefore \sin a = 1$$

$$\therefore a = \frac{\pi}{2}$$

10. 정답 ②

$$y = mx + n \text{의 } x \text{절편은 } -\frac{m}{n} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore n = -\frac{3}{2}m$$

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1 \Rightarrow \frac{\left| \frac{3}{2}m \right|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1 \Rightarrow \left| \frac{3}{2}m \right| = \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}m^2 = m^2 + 1 \Rightarrow \frac{5}{4}m^2 = 1$$

$$\therefore m = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad n = -\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore m \cdot n = -\frac{6}{5}$$

11. 정답 ④

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2 \text{라 하면}$$

$$x+2 \text{로 나눈 나머지는}$$



$$f(-2) = -8 - 8 + 8 + 2 = -6$$

12. 정답 ③

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} (k^2 + 2k) &= \sum_{k=1}^{10} k^2 + 2 \sum_{k=1}^{10} k \\ &= \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} \\ &= 495 \end{aligned}$$

13. 정답 ①

$$\begin{aligned} 3^{2a-1} &= \frac{1}{9\sqrt{3}} = 3^{-2} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{5}{2}} \\ \therefore 2a-1 &= -\frac{5}{2} \\ \therefore a &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

14. 정답 ②

$$\begin{aligned} f(1) &= \frac{b-7}{a+1} = -1 \Rightarrow b-7 = -a-1 \Rightarrow a+b=6 \\ f^{-1}(1) &= 4, f(4) = 1 \\ f(4) &= \frac{4b-7}{4a+1} = 1 \Rightarrow 4b-7 = 4a+1 \Rightarrow a-b=-2 \\ \therefore a &= 2, b=4 \\ \therefore a \cdot b &= 8 \end{aligned}$$

15. 정답 ①

$$\begin{aligned} P(A|B) &= P(B|A) = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow P(A \cap B) &= \frac{1}{2} P(A) = \frac{1}{2} P(B) \\ P(A \cap B) &= 3P(A) \cdot P(B) \\ \Rightarrow \frac{1}{2} P(A) &= 3P(A) \cdot P(B) \\ \therefore P(B) &= \frac{1}{6} = P(A) \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

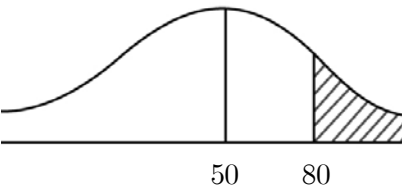
16. 정답 ②

$$\begin{aligned} 1 < \log_2 \frac{7}{2} < 2 \\ \therefore x=1, y &= \log_2 \frac{7}{2} - 1 = \log_2 \frac{7}{4} \end{aligned}$$

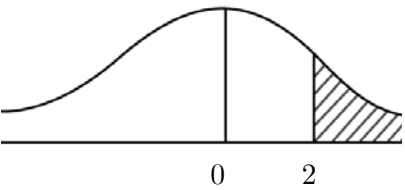
$$\left(\frac{1}{4}\right)^x + 2^y = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2$$

17. 정답 ①

$$N(50, 15^2)$$



$$\Rightarrow N(0, 1^2)$$

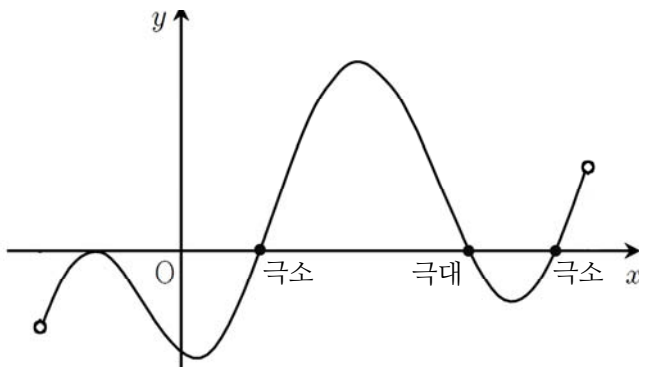


$$\therefore 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

18. 정답 ②

$$\begin{aligned} x^2 + 2x \cos \theta &= \sin^2 \theta = 0 \\ \frac{D}{4} &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0 \\ \cos^2 \theta &= \sin^2 \theta \\ \frac{\pi}{2} < \theta < \pi &\text{이므로} \\ \cos \theta &= -\sin \theta \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = -1 \end{aligned}$$

19. 정답 ①



$$\therefore a-b = 1-2 = -1$$

20. 정답 ①

$$\begin{aligned} y &= m(x-1) + 2 \\ y &= x^2 \\ x^2 &= m(x-1) + 2 \\ x^2 - mx + m - 2 &= 0 \\ \text{두 근을 } \alpha, \beta &\text{라 하면 } \alpha + \beta = m, \alpha\beta = m-2 \end{aligned}$$



어떤 문제도
다 풀 수 있다!!

$$\begin{aligned}
 (\beta - \alpha)^2 &= (\beta + \alpha)^2 - 4\alpha\beta \\
 &= m^2 - 4m + 8 \\
 &= (m - 2)^2 + 4
 \end{aligned}$$

$(\beta - \alpha)^2$ 의 최솟값은 4

$$S(m) = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6}((\beta - \alpha)^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \text{최솟값은 } \frac{1}{6} \cdot 4^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{6} \cdot 2^3 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore p + q = 7$$

● 국가직 수학 총평

이번 2015년 국가직 시험은 전체적으로 작년도보다 약간 어려운 느낌이 들지만 아주 까다로운 문제는 없었고, 난이도 조절도 적당한 편이었습니다.

공수신 수학에서 다룬 내용이 거의 출제되었기 때문에 평소에 충분히 개념정리를 잘하고 문제를 빨리 푸는 연습을 충분히 했다면 좋은 성적이 나올 것이라고 생각합니다.

지방직/서울시 시험을 준비하는 수험생들도 문제를 어떻게 풀어야 하는지, 접근을 어떻게 해야 하는지, 무엇을 공부해야 하는지가 중요합니다.

공수신 수학을 통해 개념을 충분히 이해할 수 있도록 공부하고, 그후에 문제를 빨리푸는 연습을 꾸준히 해야 합니다.

