

[정답 및 해설]

문 1. 정답 ④

$P(-3,4)$ 가 제 2사분면 위의 점이므로
 $\sin\theta = \frac{4}{5}$, $\cos\theta = -\frac{3}{5}$, $\tan\theta = -\frac{4}{3}$ 이다.

$$\neg. \cos\theta \cdot \tan\theta = (-\frac{3}{5}) \times (-\frac{4}{3}) = \frac{4}{5}$$

$$\neg. \sin(\pi+\theta) = -\sin\theta = -\frac{4}{5}$$

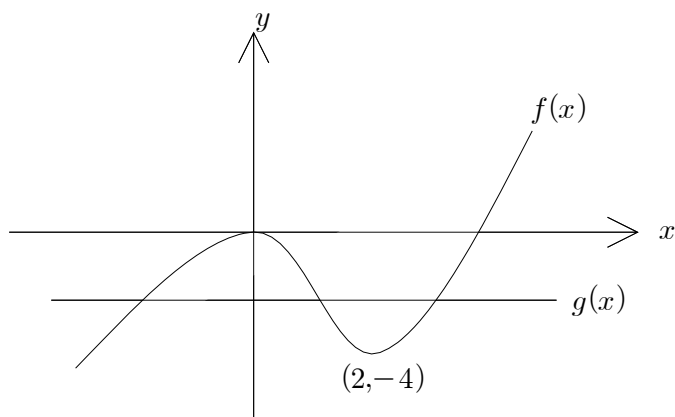
$$\neg. \cos(\frac{2}{\pi}-\theta) = \sin\theta = \frac{4}{5}$$

$\therefore \neg, \neg, \neg$

문 2. 정답 ②

$$x^3 - 3x^2 = -4 + a$$

$f(x) = x^3 - 3x^2$, $g(x) = -4 + a$ 로 둔다.



$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$\therefore \text{최솟값} = f(x) = -4$$

두 개의 양근과 한 개의 음근을 가질 조건은

$$-4 < 4 + a < 0 \text{ 이므로}$$

$$0 < a < 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 1, 2, 3$$

$$\therefore 6$$

문 3. 정답 ①

$$1 + \frac{2k}{n} = x \text{ 로 치환하면,}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(1 + \frac{2k}{n}) \frac{3}{n} = \frac{3}{2} \int_1^3 f(x) dx = \frac{3}{2} [x^3 - 3x^2]_1^3 = 3$$

문 4. 정답 ④

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{4}\right)^n = \left(\frac{5}{4}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n = \frac{\frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = 4$$

문 5. 정답 ③

$$\text{표본평균 } \bar{X} = 100, \text{ 표본표준편차 } \bar{\sigma} = \frac{10}{\sqrt{16}} = \frac{5}{2}$$

$$Z \geq \frac{95 - 100}{\frac{5}{2}} = -2$$

$$\therefore 0.5 + 0.48 = 0.98$$

문 6. 정답 ④

① 직사각형은 두 대각선의 길이가 같다.

역 : 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이다. (X)

반례) 등변사다리꼴

이 : 직사각형이 아니면 두 대각선의 길이가 같지 않다. (X)

반례) 등변사다리꼴

대우 : 두 대각선의 길이가 같지 않으면 직사각형이 아니다.

(O)

② x, y 가 실수이면 $x+y$ 도 실수이다.

역 : $x+y$ 가 실수이면 x, y 도 실수이다. (X)

반례) $x = 1+i, y = 1-i$

이 : x, y 가 실수가 아니면 $x+y$ 도 실수가 아니다. (X)

반례) $x = 1+i, y = 1-i$

대우 : $x+y$ 가 실수가 아니면 x, y 도 실수가 아니다. (O)

③ 무한소수는 무리수이다.

역 : 무리수는 무한소수이다. (O)

이 : 무한소수가 아니면 무리수가 아니다. (O)

대우 : 무리수가 아니면 무한소수가 아니다. (X)

$$\text{반례) } \frac{1}{3} = 0.3333 \dots$$

④ $xy < 0$ 이면 $|x| + |y| > |x+y|$ 이다.

역 : $|x| + |y| > |x+y|$ 이면 $xy < 0$ 이다. (O)

이 : $xy \geq 0$ 이면 $|x| + |y| \leq |x+y|$ 이다. (O)

대우 : $|x| + |y| \leq |x+y|$ 이면 $xy \geq 0$ 이다. (O)

문 7. 정답 ②

$x^2 - (k+2)x + (2k+1) \leq 0$ 해가 존재하지 않으려면 $D < 0$ 이다.

$$D = (k+2)^2 - 4(2k+1) < 0$$

$$k^2 - 4k < 0, 0 < k < 4$$

$$\therefore k = 1, 2, 3$$

$$\therefore 3$$

문 8. 정답 ②

서로 다른 두점에서 만날 조건

: 중점 (3,2)와 $y = 2x + k$ 의 거리 $< r = \sqrt{5}$

$$\frac{|2-4-k|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{5}, |-2-k| < 5 \text{ 이므로}$$

$$-7 < k < 3$$

$$\therefore k = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

$$\therefore 9 \text{ 개}$$

문 9. 정답 ③

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3n & 1 \end{pmatrix} \text{ 이므로}$$

$$A^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 20 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 30 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{10} \text{의 } (1,2) \text{ 성분 } a_n = 20$$

$$B^{10} \text{의 } (2,1) \text{ 성분 } b_n = 30$$

$$\therefore a_n + b_n = 50$$

문 10. 정답 ②

$$47 \leq 100 \log a < 48, 84 \leq 100 \log b < 85$$

$$14.1 \leq 30 \log a < 14.4, 25.2 \leq 30 \log b < 25.5$$

$$\therefore 39.3 \leq 30 \log ab < 39.9$$

$$\therefore (ab)^{30} \text{은 } 40 \text{자리}$$

문 11. 정답 ③

$$S_n - S_{n-1} = a_n$$

$$a_n = (n^2 + 3n) - \{(n-1)^2 + 3(n-1)\}$$

$$a_n = 2n + 2$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^8 \frac{40}{a_k a_{k+1}} &= \frac{40}{2(n+1) \times 2(n+2)} \\ &= 10 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = 10 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right) \\ &= 4 \end{aligned}$$

문 12. 정답 ①

무한급수가 수렴하기 위해서는 극한값이 0에 수렴해야한다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3a_n - \frac{12n+3}{2n+5} \right) = 0 \quad \therefore 3a_n = 6, a_n = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n - 6n}{na_n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12 - 6n}{2n + 3} = -3$$

문 13. 정답 ①

임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 를 만족한다는 것은 모든 범위에서 기울기가 음수라는 뜻이다.

$$f'(x) = -3x^2 + 4x + k < 0 \rightarrow D < 0$$

$$D = 4 + 3k < 0$$

$$k < -\frac{4}{3}$$

$$\therefore k = -2$$

문 14. 정답 ①

지폐 8장을 A,B,C,D에게 적어도 한 장씩 나눠주어야 하므로 지폐 4장을 나누는 경우의 수를 구한다.

$$i) (C,D)=(0,0) \text{이면 } 4 \text{ 장을 A와 B가 나눠가지므로 } {}_2H_4 = 5$$

$$ii) (C,D)=(1,1) \text{이면 } 2 \text{ 장을 A와 B가 나눠가지므로 } {}_2H_2 = 3$$

$$iii) (C,D)=(2,2) \text{ 이면 } 0 \text{ 장을 A와 B가 나눠가지므로 } {}_2H_0 = 1$$

$$\therefore 9 \text{ 가지}$$

문 15. 정답 ④

$$P(A \cap B^c) = P(A - B) = 0.3, P(A^c \cap B) = P(B - A) = 0.4$$

$$P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c = 0.1 \rightarrow P(A \cup B) = 0.9$$

$$\therefore P(A \cap B) = 0.2$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

문 16. 정답 ③

$2x^5 + ax + bx + 1$ 이 $x^4 - 1$ 을 인수로 가지므로

$2x^5 + ax + bx + 1 = (x^4 - 1)(cx - 1)$ 로 인수분해 된다.

$2x^5 + ax + bx + 1 = (x-1)(x+1)(x^2+1)(cx-1)$ 이므로

$$x=1 \text{ 대입, } 2+a+b+1=0$$

$$x=-1 \text{ 대입, } -2+a-b+1=0$$

$$\therefore a=-1, b=-2$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

문 17. 정답 ②

$$a^3 b^3 = (ab)^3 = 1 \quad \therefore ab = 1, a^3 - b^3 = 14$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$a-b = A \text{ 라 하면}$$

$$A^3 = 14 - 3A$$

$$A^3 + 3A - 14 = (A-2)(A^2 + A + 7) = 0$$

$$\therefore A = a - b = 2$$

문 18. 정답 ①

$$2k^2 = \sqrt{\frac{k}{2}} \text{ 양변을 제곱하여 정리하면}$$

$$k(8k^3 - 1) = 0$$

$$k(2k-1)(4k^2 + 2k + 1) = 0$$

$$k = 0, k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 두 점은 } (0,0), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ 이다.}$$

$$\therefore \sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2 + \left(\frac{1}{2}-0\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

문 19. 정답 ③

행렬 A의 역행렬이 존재하므로 $8x - 16 \neq 0, \rightarrow x \neq 2$

행렬 B의 역행렬이 존재하지 않으므로 $x(x-7) + 10 = 0$

$$\rightarrow x = 2 \text{ or } x = 5$$

$$\therefore x = 5$$

문 20. 정답 ③

$$a_6 = 8, a_{21} = -22 \rightarrow 15d = -30 \quad \therefore d = -2$$

$$a_n = -2n + 20$$

처음으로 음이 되는 항은 처음으로 $a_n = -2n + 20 < 0$ 이 되는 항

$$10 < n \text{ 이므로 } n = 11$$

$$\therefore 11 \text{ 번째 항}$$

[서울시 9급 공무원 수학 총평]

이번 2015년 서울시 9급 시험은 작년도 서울시 9급 시험에 비해 다소 어렵게 출제되었습니다. 그렇지만 전단원에 걸쳐 중요한 개념과 문제를 반복적으로 연습한 학생이라면 충분히 풀 수 있는 문제들로 이루어진 시험이었습니다.

지난 국가직 시험과 마찬가지로 이번 서울시 시험도 공수신 수학의 기본 개념을 충실히 공부한 수험생들은 그리 어렵지 않게 풀어낼 수 있었을 것이고, 더불어 공수신 400제, 공수신 비밀파일로 공부한 수험생들은 유사한 문제들이 교재에 수록되어 있어 수월하게 시험을 봤을 것입니다.

공수신 수학 교재 내용을 이해 위주로 공부하는 것이 얼마나 중요한지 이번 시험을 통해 알 수 있습니다. 특히 수학은 기본 개념을 충실히 이해하고, 중요한 문제를 통해 기본 개념을 적용하는 연습을 꾸준히 반복한다면 누구나 좋은 성적을 받을 수 있습니다.