14. 8. 30. 경찰 2차 수학 정답 및 해설

- 남부고시 유상현 수학연구소 -

1. 정답 : ③

$B \circledcirc U = (B \cup U) - (B \cap U)$
$= U - B \neq \varnothing$

2. 정답 : ①

$A \cap B = \{5\}$ 이므로 $a = 0$

$A = \{-1,\ 2,\ 5\},\ B = \{1,\ 3,\ 5\}$

$A \cup B = \{-1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5\}$

모든 원소의 합 = 10

3. 정답 : ②

$a_n = S_n - S_{n-1}$
$= (n^2+3) - \{(n-1)^2+3\}$
$= 2n-1$

4. 정답 : ④

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= (\alpha+\beta)(\overline{\alpha}+\overline{\beta})$
$= (2+i)(2-i)$
$= 5$

5. 정답 : ③

$\sqrt{-(x^2-1)(x^2+100)}$ 가 실수가 되려면

$-(x^2-1)(x^2+100) \geq 0$

모든 실수 x에 대하여 $x^2+100 > 0$ 이므로

$x^2 - 1 \leq 0$

이를 만족하는 정수 $x = -1,\ 0,\ 1$

6. 정답 : ④

최고차항의 계수가 1이므로

몫을 $x+c$라 두고 식을 세우면,

$x^3 + ax + b = (x^2 - x + 1)(x+c) + 3x - 2$

2차항이 없으므로 $c = 1$

$x^3 + ax + b = (x^2 - x + 1)(x+1) + 3x - 2$

$x = -1$ 을 대입하면

$-1 - a + b = -5$

$\therefore a - b = 4$

7. 정답 : ①

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$

의 양 변에 $x = y = 1$ 을 대입하면

$\{f(1)\}^2 = f(2) + f(0)$

$\therefore f(0) + f(2) = 1$

8. 정답 : ③

방정식의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha\beta = \dfrac{1}{k-2} < 0$

$\therefore\ k < 2$

9. 정답 : ①

$x^n - 10x^{n-1} + x^2 - x + 1 = 0$

의 근이 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_n$ 이므로

$x^n - 10x^{n-1} + x^2 - x + 1$
$= (x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_n)$

양 변에 10을 대입하면

$91 = (10-\alpha_1)(10-\alpha_2)\cdots(10-\alpha_n)$

10. 정답 : ②

5경기에서 승패가 결정되기 위해서는

4경기에 2승 2패가 되어야 한다.

구분	1경기	2경기	3경기	4경기	5경기
A승리	2승 2패				A승리
B승리	2승 2패				B승리

2승 2패의 경우의 수 = ${}_4C_2$

A가 승리할 확률 = ${}_4C_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{16}{81}$

B가 승리할 확률 = ${}_4C_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{8}{81}$

5경기에서 승리팀이 결정될 확률 = $\dfrac{24}{81} = \dfrac{8}{27}$

11. 정답 : ②

$x^3-1=0$ 의 한 허근을 ω라 하였으므로

$\therefore \omega^3=1$

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)=0$

ω는 $x^2+x+1=0$ 의 근이므로

$\therefore \omega^2+\omega+1=0$

$\therefore \omega^5+\omega^4+\omega^3=\omega^2+\omega+\omega=0$

12. 정답 : ④

산술-기하평균의 관계에 의하여

$x+y \geq 2\sqrt{xy}=2\sqrt{3}$

$\therefore x+y$의 최솟값 = $2\sqrt{3}$

13. 정답 : ②

평균 : $\frac{2+3+4+x+y}{5}=4$

$\therefore \ x+y=11$

분산 : $\frac{4+9+16+x^2+y^2}{5}-16=2$

$\therefore \ x^2+y^2=61$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$61=121-2xy$

$\therefore xy=30$

14. 정답 : ③

$(2k-1)x+(k+1)y+2-k=0$ 을 k에 대하여 정리하면,

$(2x+y-1)k+(-x+y+2)=0$

k의 값에 관계없이 성립하기 위해서는

$\begin{cases}2x+y-1=0\\-x+y+2=0\end{cases}$ 이어야 한다.

연립방정식을 풀면,

$\therefore x=1,\ y=-1$

15. 정답 : ④

$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면

$1+2\sin\theta\cos\theta=2$

$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=2$

16. 정답 : ④

케일리해밀턴 정리에 의하여

$A^2-3A+5E=0$

양 변에 A를 곱하면

$A^3-3A^2+5A=0$

$\therefore A^3-3A^2+6A=A$

17. 정답 : ③

분모 분자를 n^5으로 나누어주면

$$\frac{4}{5}\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^4}\sum_{k=1}^{n}(n+k)^3}{\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(n+k)^4}$$

$$=\frac{4}{5}\cdot\frac{\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n}\right)^3\frac{1}{n}}{\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n}\right)^4\frac{1}{n}}$$

$$=\frac{4}{5}\cdot\frac{\int_0^1(1+x)^3dx}{\int_0^1(1+x)^4dx}$$

$1+x=t$라 치환하면

$$=\frac{4}{5}\cdot\frac{\int_1^2 t^3dt}{\int_1^2 t^4dt}=\frac{4}{5}\cdot\frac{\frac{15}{4}}{\frac{31}{5}}$$

$$=\frac{15}{31}$$

18. 정답 : ③

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{3h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{2h}\cdot\frac{2}{3}$$
$$=f'(2)\cdot\frac{2}{3}=6$$

19. 정답 : ①

$x^3+2x=3x^2$
$x(x-1)(x-2)=0$
두 곡선의 교점의 x좌표는 0, 1, 2이다.
두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\int_0^1\{(x^3+2x)-(3x^2)\}dx+\int_1^2\{(3x^2)-(x^3+2x)\}dx$$
$$\left[\frac{1}{4}x^4-x^3+x^2\right]_0^1+\left[-\frac{1}{4}x^4+x^3-x^2\right]_1^2$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$
$$\therefore\ 2S=1$$

20. 정답 : ②

$$220-1.96\cdot\frac{50}{\sqrt{100}}\le m\le\overline{X}+1.96\cdot\frac{50}{\sqrt{100}}$$
$$210.2\le m\le 229.8$$