

• 2 수학 영역 •

[B]

1	④	2	②	3	④	4	①	5	③
6	②	7	①	8	⑤	9	④	10	③
11	②	12	③	13	①	14	③	15	②
16	⑤	17	③	18	②	19	①	20	⑤
21	④	22	5	23	102	24	90	25	63
26	36	27	13	28	11	29	120	30	34

1. [A 2번과 동일]

2. [출제의도] 정적분 계산하기

$$\int_0^1 (x^2 + 2) dx = \left[\frac{1}{3} x^3 + 2x \right]_0^1 = \frac{7}{3}$$

3. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{3x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{3x}{e^{3x} - 1} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

4. [출제의도] 일차변환의 성질 이해하기

$$f(2 + B) = 2f(A) + f(B) = \frac{3}{4}$$

$$f(B) = \left(\frac{3}{4} \right) - \left(\frac{4}{2} \right) = \left(\frac{-1}{2} \right)$$

$$f(A - B) = f(A) - f(B) = \left(\frac{2}{1} \right) - \left(\frac{-1}{2} \right) = \left(\frac{3}{-1} \right)$$

5. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$$\log_3 3n^2 < \log_3 a_n < \log_3 3(n+1)^2$$

$$3n^2 < a_n < 3(n+1)^2$$

$$\frac{3n^2}{n^2} < \frac{a_n}{n^2} < \frac{3(n+1)^2}{n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{n^2} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+1)^2}{n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n+1)^2}{n^2} = 3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = 3$$

6. [출제의도] 무리방정식 이해하기

$$2x^2 - x = t \text{라 하자.}$$

$$t - 2 = -t + 14 \quad (2 \leq t \leq 14)$$

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$t = 5 \quad (\because 2 \leq t \leq 14)$$

$$2x^2 - x = 5, \quad 2x^2 - x - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의하여 주어진 방정식의

$$\text{두 실근의 곱은 } -\frac{5}{2}$$

7. [출제의도] 함수의 극대, 극소 이해하기

함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + (a^2 - 4a) = 0 \text{이 서로 다른}$$

두 실근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3(a^2 - 4a) > 0, \quad 2a^2 - 12a < 0$$

$$0 < a < 6 \text{이므로 정수 } a \text{는 } 1, 2, 3, 4, 5$$

따라서 주어진 함수가 극값을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는 5

8. [출제의도] 미분계수 이해하기

$$f'(1) \times -\frac{1}{3} = -1 \text{이므로 } f'(1) = 3$$

$$\frac{1}{n} = h \text{라 하면 } n \rightarrow \infty \text{일 때 } h \rightarrow 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{1}{2n}\right) - f\left(1 - \frac{1}{3n}\right) \right\}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(1 + \frac{h}{2}\right) - f\left(1 - \frac{h}{3}\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f\left(1 + \frac{h}{2}\right) - f(1)}{\frac{h}{2}} \times \frac{1}{2} + \frac{f\left(1 - \frac{h}{3}\right) - f(1)}{-\frac{h}{3}} \times \frac{1}{3} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} f'(1) + \frac{1}{3} f'(1) = \frac{5}{2}$$

9. [출제의도] 삼각방정식 이해하기

$$3(2\cos^2 x - 1) - 2(1 - \cos^2 x) - 4\cos x + 5 = 0$$

$$8\cos^2 x - 4\cos x = 0$$

$$\cos x = 0 \text{ 또는 } \cos x = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq x < \pi \text{에서 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{따라서 모든 실근의 합은 } \frac{5}{6}\pi$$

10. [출제의도] 닮음변환 이해하기

주어진 일차변환은 원점을 닮음의 중심으로 하고

닮음비가 k 인 닮음변환이므로 원 C 의 중심 (k, k) 는

점 (k^2, k^2) 으로 옮겨지고, 원 C 의 반지름의 길이 k 는 k^2 이 된다.

$$C' : (x - k^2)^2 + (y - k^2)^2 = k^4$$

C' 이 C 의 중심 (k, k) 를 지나므로

$$(k - k^2)^2 + (k - k^2)^2 = k^4$$

$$k^2(k^2 - 4k + 2) = 0$$

$$k = 2 + \sqrt{2} \quad (\because k > 1)$$

$$\text{따라서 } k \text{의 값은 } 2 + \sqrt{2}$$

11. [A형 11번과 동일]

12. [A형 16번과 동일]

13. [출제의도] 정적분 이해하기

$$g(x) = (x - 1)^2 - 1 \text{이고}$$

$$1 \leq x \leq e \text{에서 } \ln x - 1 \leq 0 \text{이므로}$$

$$\int_1^e \sqrt{g(\ln x) + 1} dx = \int_1^e (\ln x - 1)^2 dx$$

$$= \int_1^e |\ln x - 1| dx = \int_1^e (1 - \ln x) dx$$

$$= \left[x - x \ln x + x \right]_1^e = e - 2$$

14. [출제의도] 분수부등식 이해하기

$$\frac{(f \circ g)(x)}{g(x)} \leq 1$$

$$\frac{(f \circ g)(x) - g(x)}{g(x)} \leq 0$$

$$g(x) \{ f(g(x)) - g(x) \} \leq 0, \quad g(x) \neq 0$$

$$\text{i) } g(x) > 0 \text{일 때 } f(g(x)) \leq g(x)$$

$$g(x) = t (t > 0) \text{라 하면}$$

$$f(t) \leq t$$

$$0 < t \leq 3 \quad (\because t > 0)$$

$$0 < g(x) \leq 3 \text{이므로 } -1 \leq x < 0 \text{ 또는 } 2 < x \leq 3$$

$$\therefore \text{정수 } x \text{는 } -1, 3$$

$$\text{ii) } g(x) < 0 \text{일 때 } f(g(x)) \geq g(x)$$

$$g(x) = t (t < 0) \text{라 하면}$$

$$f(t) \geq t$$

$$-2 \leq t < 0 \quad (\because t < 0)$$

$$-2 \leq g(x) < 0 \text{이므로 } 0 < x < 2$$

$$\therefore \text{정수 } x \text{는 } 1$$

따라서 모든 정수 x 의 개수는 3

15. [출제의도] 치환적분법 이해하기

주어진 등식의 좌변에서 $\ln x = s$ 라 하면

$$\int_e^{e^3} \frac{a + \ln x}{x} dx = \int_2^3 (a + s) ds$$

$$= \left[as + \frac{1}{2} s^2 \right]_2^3 = a + \frac{5}{2}$$

주어진 등식의 우변에서 $\sin x = t$ 라 하면

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) \cos x dx = \int_0^1 (1 + t) dt$$

$$= \left[t + \frac{1}{2} t^2 \right]_0^1 = \frac{3}{2}$$

$$a + \frac{5}{2} = \frac{3}{2} \quad \therefore a = -1$$

따라서 a 의 값은 -1

16. [A형 18번과 동일]

17. [출제의도] 함수의 연속성 추론하기

$$\neg. |x| < 1 \text{일 때 } f(x) = x^2 \text{은 연속이고,}$$

$$|x| > 1 \text{일 때 } f(x) = x^2 - 4|x| + 3 \text{은 연속이다.}$$

$$\text{i) } x = -1 \text{일 때}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = 1$$

$$\text{ii) } x = 1 \text{일 때}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{과 } x = 1 \text{에서 불연속이므로}$$

$$f(x) \text{가 불연속인 점은 2개이다. (참)}$$

$$\neg. \text{i) } x = -1 \text{일 때}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) \cos \frac{\pi}{2} x = \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) \cos \frac{\pi}{2} x = 0$$

$$f(-1) \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$\text{ii) } x = 1 \text{일 때}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \cos \frac{\pi}{2} x = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) \cos \frac{\pi}{2} x = 0$$

$$f(1) \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\therefore \text{함수 } y = f(x) \cos \frac{\pi}{2} x \text{는 } x = -1 \text{과 } x = 1 \text{에서}$$

연속이다. (참)

$$\neg. \text{[반례]} a = 2 \text{일 때}$$

$$f(x) \text{는 } x = -1, 1 \text{에서 불연속이고,}$$

$$f(x - 2) \text{는 } x = 1, 3 \text{에서 불연속이므로}$$

$$x = -1, 1, 3 \text{에서의 연속성을 조사해 보면}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) f(x - 2) = \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) f(x - 2) = f(-1) f(-3) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) f(x - 2) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) f(x - 2) = f(1) f(-1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) f(x - 2) = \lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) f(x - 2) = f(3) f(1) = 0$$

$$\therefore \text{함수 } y = f(x) f(x - 2) \text{는 실수 전체의 집합에서}$$

. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

18. [] 여러 가지 수열 추론하기

$$\begin{aligned} & 0, 0) \\ A_2 & (0, (-1) \times 3) \\ A_3 & ((-1) \times 3, (-1) \times 3) \\ A_4 & (-1) \times 3, (-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5) \\ A_5 & ((-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5, (-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5) \\ A_6 & ((-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5, \\ & \quad (-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5 + (-1)^3 \times 7) \\ A_7 & ((-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5 + (-1)^3 \times 7, \\ & \quad (-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5 + (-1)^3 \times 7) \\ & \quad \dots \\ \therefore p & = (-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5 + (-1)^3 \times 7 \\ & \quad + \dots + (-1)^{14} \times 29 \\ & = -3 + 5 - 7 + 9 - \dots + 29 = 14 \\ q & = (-1) \times 3 + (-1)^2 \times 5 + (-1)^3 \times 7 \\ & \quad + \dots + (-1)^{15} \times 31 \\ & = -3 + 5 - 7 + 9 - \dots - 31 = -17 \\ \text{따라서 } p + q & = -3 \end{aligned}$$

19. [출제의도] 삼각함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

$$\begin{aligned} \triangle ABP \text{에서 } \angle ABP &= \frac{\theta}{2} \text{ 이고 } AB=2 \text{ 이므로} \\ AP &= 2 \sin \frac{\theta}{2}, \quad \overline{BP} = 2 \cos \frac{\theta}{2} \\ \triangle AOP \text{의 외접원의 반지름의 길이를 } R_1, \\ \triangle BOP \text{의 외접원의 반지름의 길이를 } R_2 \text{ 라 하면} \\ \text{사인법칙에 의하여} \\ R_1 &= \frac{1}{2 \cos \frac{\theta}{2}} \text{ 이고 } f(\theta) = \pi \frac{1}{4 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \\ R_2 &= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \text{ 이고 } g(\theta) = \pi \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \\ \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{g(\theta) - f(\theta)}{\frac{\pi}{2} - \theta} &= \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{\frac{\pi}{4 \sin^2 \frac{\theta}{2}} - \frac{\pi}{4 \cos^2 \frac{\theta}{2}}}{\frac{\pi}{2} - \theta} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{\pi \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) 4 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{\pi \cos \theta}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \sin^2 \theta} \\ \frac{\pi}{2} - \theta = t \text{ 라 하면 } \theta &\rightarrow \frac{\pi}{2} - 0 \text{ 일 때 } t \rightarrow +0 \\ \text{따라서 } \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{\pi \cos \theta}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \sin^2 \theta} &= \lim_{t \rightarrow +0} \frac{\pi \sin t}{t \cos^2 t} = \pi \end{aligned}$$

20. [A형 21번과 동일]

21. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점을 P라 하자.
동경 OP가 나타내는 각을 θ 라 하면 공통부분이
생기는 θ 의 범위는 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.
점 P($\cos \theta$, $\sin \theta$), 점 G($\cos \theta + 1$, $\sin \theta + 1$)이므로

$$\begin{aligned} \text{공통부분의 넓이 } S(\theta) &= \cos \theta (\sin \theta + 1) \\ S'(\theta) &= \cos 2\theta - \sin \theta \\ &= -(\sin \theta + 1)(2 \sin \theta - 1) = 0 \end{aligned}$$

$$\sin \theta = -1 \text{ 또는 } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6} \left(\because -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

θ	$-\frac{\pi}{2}$	$\dots$	$\frac{\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{\pi}{2}$
$S'(\theta)$		+	0	-	
$S(\theta)$		$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$	

$S(\theta)$ 는 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 에서 극대이고 최댓값을 갖는다.

$$\text{따라서 최댓값은 } \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

22. [출제의도] 연립일차방정식과 행렬 이해하기

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} k-2 & 1 \\ 2 & k-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 이 } x=0, y=0 \text{ 이외의 해를} \\ \text{가지려면} \\ \text{행렬 } \begin{pmatrix} k-2 & 1 \\ 2 & k-3 \end{pmatrix} \text{의 역행렬이 존재하지 않아야 한다.} \\ \therefore (k-2)(k-3) - 2 &= 0 \\ k^2 - 5k + 4 = 0, \quad k=1 \text{ 또는 } k=4 \\ \text{따라서 모든 실수 } k \text{의 값의 합은 } 5 \end{aligned}$$

23. [출제의도] 등차수열 이해하기

$$\begin{aligned} \text{등차수열 } \{a_n\} \text{의 첫째항을 } a, \text{ 공차를 } d \text{라 하자.} \\ a_1 + a_2 + a_3 = 3a + 3d = 21 \\ a_7 + a_8 + a_9 = 3a + 21d = 75 \\ \therefore a=4, d=3 \\ \text{따라서 } a_{10} + a_{11} + a_{12} = 3a + 30d = 102 \end{aligned}$$

24. [출제의도] 음함수의 미분법 이해하기

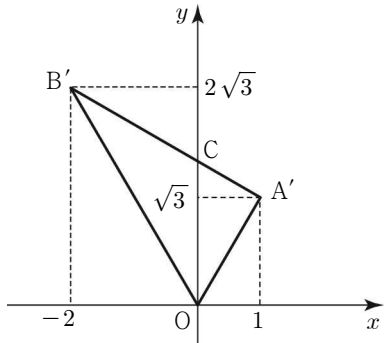
$$\begin{aligned} 3x^3 - xy^2 = 6 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면} \\ 9x^2 - y^2 - 2xy \frac{dy}{dx} = 0 \\ \frac{dy}{dx} = \frac{9x^2 - y^2}{2xy} \\ \text{따라서 점 } (2, 3) \text{에서 } m = \frac{9}{4} \text{ 이고 } 40m = 90 \end{aligned}$$

25. [출제의도] 지수부등식을 활용하여 추론하기

$$\begin{aligned} 2(2^x)^2 - (2n+1)2^x + n \leq 0 \\ (2 \times 2^x - 1)(2^x - n) \leq 0 \\ 2^{-1} \leq 2^x \leq n \\ \text{부등식을 만족시키는 모든 정수 } x \text{의 개수가 7이므로} \\ \text{정수 } x = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \\ \therefore 2^5 \leq n < 2^6 \\ \text{따라서 자연수 } n \text{의 최댓값은 } 63 \end{aligned}$$

26. [출제의도] 일차변환의 합성을 활용하여 문제해결하기

$g \circ f$ 에 의해 점 A(-2, 0)은 점 A'(1, $\sqrt{3}$)으로,
점 B(-2, $2\sqrt{3}$)은 점 B'(-2, $2\sqrt{3}$)으로 옮겨진다.



삼각형 OA'B'에서 OC는 $\angle A'OB'$ 의 이등분선
이므로 $A'C : CB' = OA' : OB' = 1 : 2$
 $\therefore$ 삼각형 OA'B'의 넓이는 삼각형 OA'C의 넓이의
3배이다.
따라서 $4k^2 = 36$

27. [출제의도] 지표와 가수를 활용하여 문제해결하기

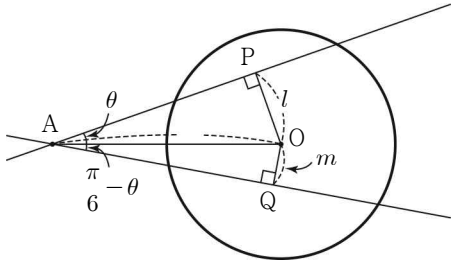
$$\begin{aligned} \text{(가)에서 } f(a) &= 1 \\ \text{(나)에서 } g(a) &= \frac{1}{2}, f(b) = 0 \\ g(b) = 0 \text{이면 } g(b) &= g\left(\frac{1}{b}\right) = 0 \text{ 이므로 (다)를 만족하지} \\ \text{않는다.} \\ \text{(다)에서 } g(b) \neq 0 \text{ 이고 } g\left(\frac{1}{b}\right) &= 1 - g(b) \text{ 이므로} \\ g(b) &= 1 - g(b) + \frac{1}{2} \\ \therefore g(b) &= \frac{3}{4} \\ \log a = f(a) + g(a) &= \frac{3}{2}, \log b = f(b) + g(b) = \frac{3}{4} \text{ 이므로} \\ a = 10^{\frac{3}{2}}, b = 10^{\frac{3}{4}} \\ \text{따라서 } ab &= 10^{\frac{9}{4}} \text{ 이고 } m + n = 13 \end{aligned}$$

28. [출제의도] 무한급수와 정적분을 활용하여 문제해결하기

$$\begin{aligned} \text{점 } D_k \left(0, \frac{k}{n} \right) \text{이므로 직선 } AD_k \text{의 방정식은} \\ y = \frac{k}{n}x + \frac{k}{n} \\ \text{직선 } AD_k \text{와 곡선 } y = -x^2 + 1 \text{과의 교점 } P_k \text{는} \\ P_k \left(1 - \frac{k}{n}, \frac{2k}{n} - \left(\frac{k}{n} \right)^2 \right) \text{이므로} \\ \triangle AP_k Q_k \text{의 밑변의 길이는 } 2 - \frac{k}{n} \text{ 이고} \\ \text{높이는 } \frac{2k}{n} - \left(\frac{k}{n} \right)^2 \\ \therefore S_k = \frac{1}{2} \left(2 - \frac{k}{n} \right) \left\{ \frac{2k}{n} - \left(\frac{k}{n} \right)^2 \right\} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \left(2 - \frac{k}{n} \right) \left\{ \frac{2k}{n} - \left(\frac{k}{n} \right)^2 \right\} \\ = \int_0^1 \frac{1}{2} (2-x)(2-x^2) dx = \frac{11}{24} \\ \text{따라서 } \alpha = \frac{11}{24} \text{ 이고 } 24\alpha = 11 \end{aligned}$$

29. [출제의도] 삼각함수의 합성을 활용하여 문제해결하기

$$\begin{aligned} \text{점 O에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각} \\ P, Q \text{라 하자.} \\ \angle OAP = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{6} \right) \text{라 하면 } \angle OAQ = \frac{\pi}{6} - \theta \\ l = 2 \sin \theta, m = 2 \sin \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) = \cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2l^2 + m^2 &= 8\sin^2\theta + (\cos\theta - \sqrt{3}\sin\theta)^2 \\
 &= 8\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 3\sin^2\theta \\
 &= 1 + 10\sin^2\theta - \sqrt{3}\sin 2\theta \\
 &= 6 - 5\cos 2\theta - \sqrt{3}\sin 2\theta \\
 &= 6 - 2\sqrt{7}\sin(2\theta + \alpha)
 \end{aligned}$$

$$\tan \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \quad \frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{6} \text{ 이고 } \alpha < 2\theta + \alpha < \frac{\pi}{3} + \alpha \text{ 이므로 }$$

$$2\theta + \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ 일 때 } \sin(2\theta + \alpha) = 1$$

$$2l^2 + m^2 \text{의 최솟값은 } 6 - 2\sqrt{7} \text{ 이므로 } p = 6, \quad q = -2$$

$$\text{따라서 } 30(p+q) = 120$$

30. [] 함수의 그래프의 개형으로 문제해결하기

$$f(x) = \frac{\ln x^2}{x} \text{ 에 대하여 }$$

i) $x > 0$ 일 때

$$f(x) = \frac{2\ln x}{x}, \quad f'(x) = \frac{2-2\ln x}{x^2}$$

$$x = e \text{ 에서 } f'(x) = 0 \text{ 이고 }$$

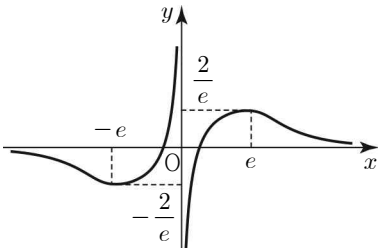
x	0	...	e	...
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗	$\frac{2}{e}$	↘

$$\therefore \text{ 극댓값 } \alpha = \frac{2}{e}$$

ii) $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x) \text{ 가 성립하므로 } f(x) \text{ 는 원점에 대하여 대칭이다. }$$

i), ii) 에 의하여 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$$y = \frac{2}{en} x \text{ 는 원점을 지나는 직선이고 원점에서 }$$

$$\text{곡선 } y = \frac{2\ln x}{x} \text{ 에 그은 접선의 접점을 } (t, f(t)) \text{ 라 }$$

하면 접선의 방정식은

$$y = \frac{2-2\ln t}{t^2}(x-t) + \frac{2\ln t}{t} \text{ 이고 } (0, 0) \text{ 을 지나므로 }$$

$$0 = \frac{2-2\ln t}{t^2}(0-t) + \frac{2\ln t}{t}$$

$$\therefore \quad t = \sqrt{e}$$

$$\therefore \text{ 접점은 } \left(\sqrt{e}, \frac{1}{\sqrt{e}} \right) \text{ 이고 }$$

$$\text{접선의 방정식은 } y = \frac{1}{e} x$$

$$n = 1 \text{ 일 때, 직선 } y = \frac{2}{e} x \text{ 와 함수 } f(x) \text{ 의 }$$

$$\text{그래프의 교점의 개수는 } 0 \quad \therefore \quad a_1 = 0$$

$$n = 2 \text{ 일 때, 직선 } y = \frac{1}{e} x \text{ 와 함수 } f(x) \text{ 의 }$$

$$\text{그래프의 교점의 개수는 } 2 \quad \therefore \quad a_2 = 2$$

$$3 \leq n \leq 10 \text{ 일 때, 직선 } y = \frac{2}{en} x \text{ 와 함수 } f(x) \text{ 의 }$$

$$\text{그래프의 교점의 개수는 } 4 \quad \therefore \quad a_n = 4$$

$$\text{따라서 } \sum_{n=1}^{10} a_n = 0 + 2 + 4 \times 8 = 34$$