

수학 영역(A형)

제 2 교시

1

1. $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

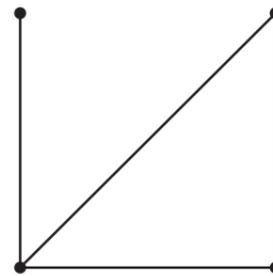
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AXA = E$ 를 만족시키는 행렬 X 는?

(단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. 로그부등식

$$\log_3(x+1) + \log_3(x-5) < 3$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

7. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_3 = \frac{1}{36}, a_5 = \frac{4}{81}$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

8. 지수방정식 $9^x - 11 \times 3^x + 28 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $9^\alpha + 9^\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 59 ② 61 ③ 63
 ④ 65 ⑤ 67

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + 3n$$

을 만족시킨다. $2a_1 = a_2 + 3$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 135 ② 138 ③ 141
 ④ 144 ⑤ 147

10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 - \frac{a_n}{9^n} \right) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{2a_n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

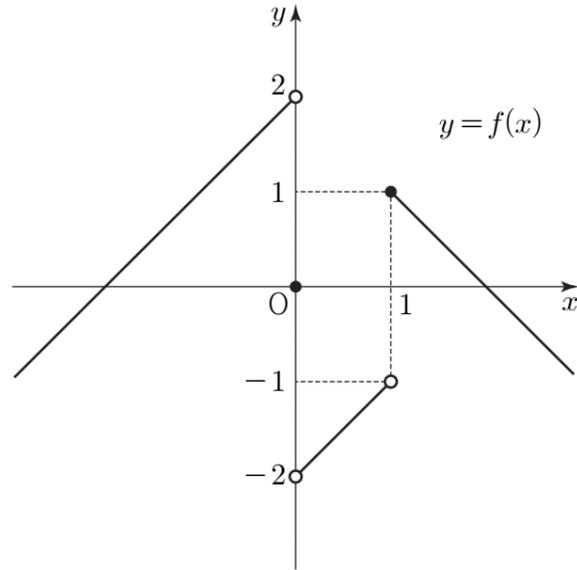
11. 흙의 투수계수는 물이 흙에 침투하는 정도를 나타내는 지표이다. 동일한 흙의 투수계수(k)는 같은 실험 조건에서 일정하고, 투수 실험 장치에서 처음 물의 높이를 h_1 (cm), 실험을 시작한 지 t 분 후의 물의 높이를 h_2 (cm)라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$k = \frac{C}{t}(\log h_1 - \log h_2) \quad (\text{단, } C \text{는 양의 상수이다.})$$

어떤 흙의 투수 실험 장치에서 처음 물의 높이가 64 cm일 때, 실험을 시작한 지 40분 후의 물의 높이가 16 cm 이었고, 실험을 시작한 지 x 분 후의 물의 높이가 2 cm 이었다. x 의 값은? [3점]

- ① 80 ② 100 ③ 120
- ④ 140 ⑤ 160

12. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)f(1-x)$ 의 값은? [3점]

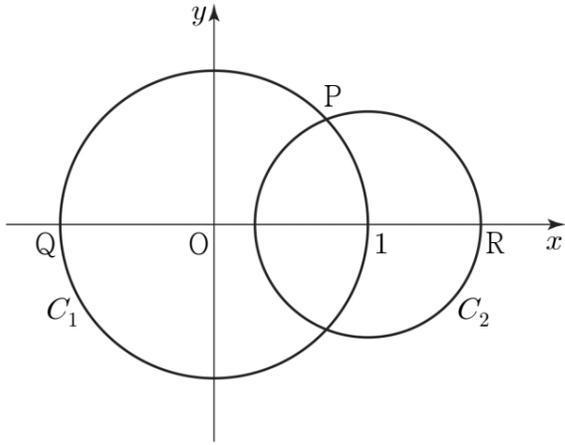
- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[13 ~ 14] 그림과 같이 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2 : (x-1)^2 + y^2 = r^2 \quad (0 < r < \sqrt{2})$$

이 제 1 사분면에서 만나는 점을 P라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 원 C_1 이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 0보다 작은 점을 Q, 원 C_2 가 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 1보다 큰 점을 R라 하자. \overline{OP} , \overline{OR} , \overline{QR} 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 원 C_2 의 반지름의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{-2 + \sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$

14. 점 P의 x 좌표를 $f(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow \sqrt{2}-0} \frac{f(r)}{4-r^4}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 2 ⑤ 4

6

수학 영역(A형)

15. 1보다 크고 10보다 작은 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$$\frac{\log_c b}{\log_a b} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\log_b c}{\log_a c} = \frac{1}{3}$$

일 때, $a+2b+3c$ 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27
 ④ 30 ⑤ 33

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^2 a_n + \frac{2n+1}{n^4} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 $\left(\frac{n}{n+1}\right)^2$ 을 곱하면

$$\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 a_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 a_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 a_n$ 이라 하면, $b_1 = 0$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{n^2} - \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1) \\ \boxed{\text{(다)}} \times \left(\frac{n}{n-1}\right)^2 & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라

할 때, $\frac{f(1) \times h(4)}{g(7)}$ 의 값은? [4점]

- ① 39 ② 42 ③ 45
 ④ 48 ⑤ 51

17. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + ax^2 + bx - 2}{x^{2n} + 1}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다.

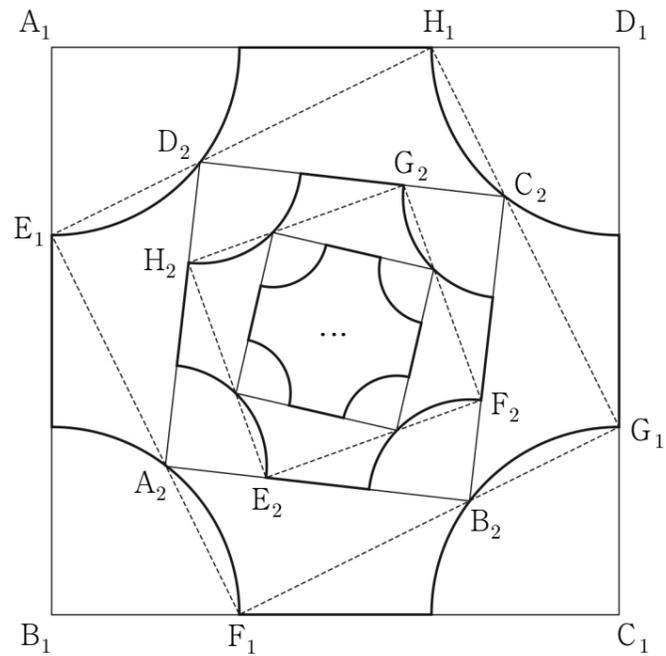
네 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_1E_1, B_1F_1, C_1G_1, D_1H_1$ 을 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 \square 모양의 도형을 R_1 이라 하자.

정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 과 도형 R_1 과의 교점 중 정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 의 꼭짓점이 아닌 4개의 점을 A_2, B_2, C_2, D_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 네 선분 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2$ 를 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_2, F_2, G_2, H_2 라 하고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_2E_2, B_2F_2, C_2G_2, D_2H_2$ 를 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 \square 모양의 도형을 R_2 라 하자.

정사각형 $E_2F_2G_2H_2$ 에서 도형 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 \square 모양의 도형을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 \square 모양의 도형 R_n 의

넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

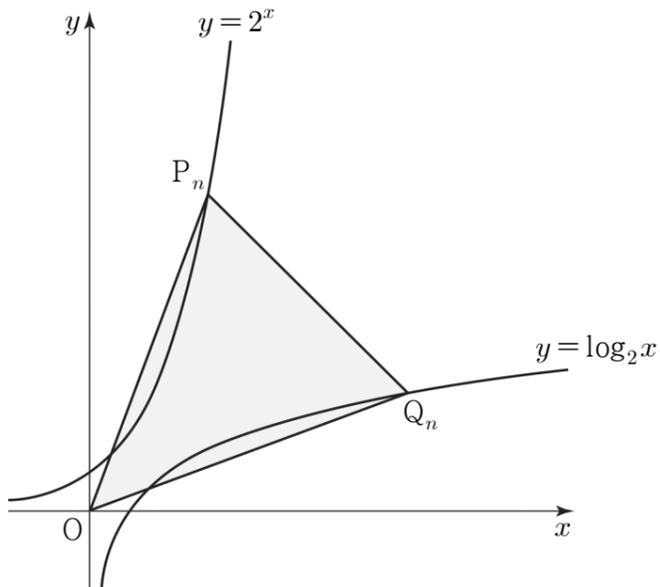


- ① $\frac{39}{32}(9-\pi)$ ② $\frac{5}{4}(9-\pi)$ ③ $\frac{21}{16}(9-\pi)$
 ④ $\frac{11}{8}(9-\pi)$ ⑤ $\frac{45}{32}(9-\pi)$

19. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 곡선 $y=2^x$ 위를 움직이는 점 $P_n(n, 2^n)$ 이 있다. 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 하자.

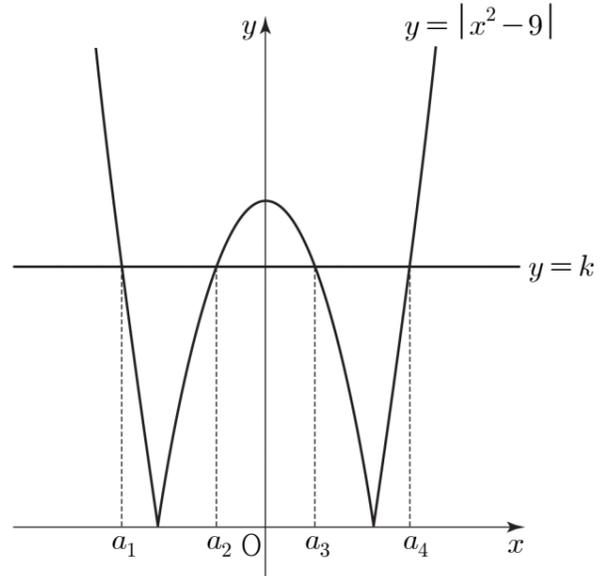
삼각형 P_nOQ_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $2\sum_{n=1}^5 S_n$ 의 값은?

(단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① 1309
- ② 1311
- ③ 1313
- ④ 1315
- ⑤ 1317

20. 그림과 같이 함수 $y=|x^2-9|$ 의 그래프가 직선 $y=k$ 와 서로 다른 네 점에서 만날 때, 네 점의 x 좌표를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자. 네 수 a_1, a_2, a_3, a_4 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은? (단, $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$) [4점]



- ① $\frac{34}{5}$
- ② 7
- ③ $\frac{36}{5}$
- ④ $\frac{37}{5}$
- ⑤ $\frac{38}{5}$

21. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 + AB + B = E, A^2 + 2A = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. $(A + E)^{-1} = A + E$
 ㄷ. $B - A - E$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3^n - 1$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a-5 & 4 \\ 2 & a-7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오. [3점]

24. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a} - b} = 6$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 부등식

$$(3^{x+2} - 1)(3^{x-p} - 1) \leq 0$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 20일 때, 자연수 p 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 실수 a, b 가 $3^{a-1} = 2$, $6^{2b} = 5$ 를 만족시킬 때, $5^{\frac{1}{ab}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{6^n}{x}$ 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n 이라 하자.

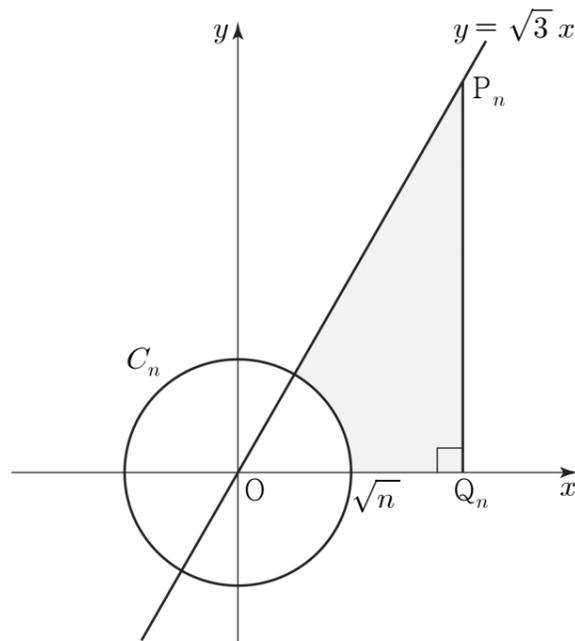
$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = n$ 을 C_n 이라 하고, 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 중에서 원점 O 로부터 거리가 $n+2$ 인 점을 P_n , 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_n 이라 하자.

삼각형 P_nOQ_n 의 내부와 원 C_n 의 외부의 공통부분의 넓이를

S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{S_n} = a$ 일 때, $3a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, 점 P_n 은 제 1 사분면 위의 점이다.) [4점]



29. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 \leq x < 1$ 에서 $f(x) = |2x|$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

자연수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = \log_{2n} x$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 두 양수 a , b 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(a) + g(b) = \frac{9}{4}$
 (나) $g(a) = g\left(\frac{1}{a}\right) + g(b)$
 (다) $f(b) = f\left(\frac{1}{b}\right) + f(a^5)$

$ab = 10^{\frac{n}{m}}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m , n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.