

수 학

문 1. 전체집합 U 의 \emptyset 이 아닌 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A-B=\emptyset$ 일 때, $B-(B-A)$ 를 간단히 하면?

- ① \emptyset
 ② A
 ③ B
 ④ $A-B$

문 2. 곡선 $y=x^2-2x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{1}{3}$
 ② $\frac{2}{3}$
 ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$

문 3. $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$
 ② $\frac{2}{9}$
 ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{4}{9}$

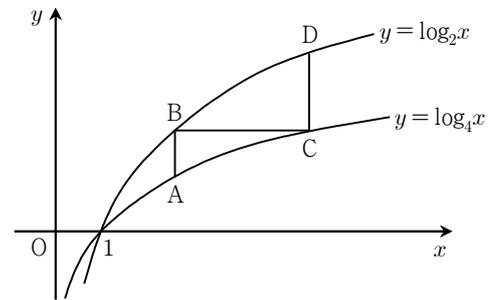
문 4. 좌표평면 위의 세 점 $A(0, 3)$, $B(a-4, 0)$, $C(3a, 6)$ 가 동일 직선 위에 있을 때, 이 직선의 기울기는?

- ① -2
 ② -1
 ③ 1
 ④ 2

문 5. x 에 대한 이차방정식 $x^2+(k+2)x+(k-1)p+q-1=0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 1을 근으로 가질 때, 상수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은?

- ① -4
 ② -3
 ③ -2
 ④ -1

문 6. 아래 그림에서 A, C 는 곡선 $y=\log_4x$ 위의 점이고 B, D 는 곡선 $y=\log_2x$ 위의 점이다. 세 선분 AB, BC, CD 는 x 축 또는 y 축에 평행하고 선분 AB 의 길이가 1일 때, 선분 CD 의 길이는?

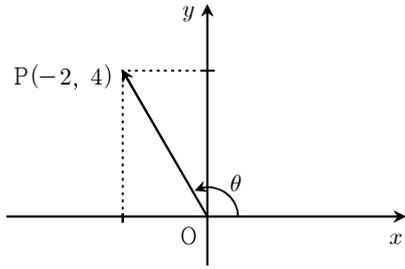


- ① $\frac{3}{2}$
 ② 2
 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3

문 7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 - 3n^2}{na_n + n^2 + 2n}$ 의 값은?

- ① -3
 ② $-\frac{1}{3}$
 ③ $\frac{1}{3}$
 ④ 3

문 8. 아래 그림과 같이 원점 O와 점 P(-2, 4)를 지나는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ 의 값은?



- ① $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ④ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

문 9. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 한 번씩 써서 만들 수 있는 다섯 자리 자연수를 작은 수부터 차례로 나열할 때, 73번째 나타나는 수는?

- ① 34512
- ② 35124
- ③ 41235
- ④ 41325

문 10. 다항함수 $y=f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)$
 (나) $f'(0)=2$

이 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1

문 11. 점 (a, b) 가 직선 $y=x+4$ 위의 점일 때, a^2+b^2 의 최솟값은?

- ① 0
- ② 4
- ③ 8
- ④ 12

문 12. 행렬 $\begin{pmatrix} t & t+6 \\ t-1 & t^2-t \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않도록 하는 t 값들을 모두 합한 것은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

문 13. 함수 $y=\sqrt{x+2}$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x 축 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, 3)$ 을 지날 때, a 의 값은?

- ① -8
- ② -7
- ③ -6
- ④ -5

문 14. 원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 A(4, 2)에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이는? (단, O는 원점)

- ① 15
- ② 20
- ③ 25
- ④ 30

문 15. 실수 α 에 대하여 다항식 $f(x)$ 를 $x-\alpha$ 로 나눈 나머지를 $[f, \alpha]$ 라고 표기하자. $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$ 이고 a 가 관계식 $[f, a] = [f, -a] + 4$ 를 만족하는 양수일 때, $\left[f, \frac{a}{2}\right]$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2

문 16. 복소수 전체의 집합 \mathbb{C} 의 임의의 두 원소 $z_1 = a+bi, z_2 = c+di$ 에 대하여 연산 \odot 를

$$(a+bi) \odot (c+di) = ac + bdi$$

로 정의하였을 때, 다음 중 옳은 것만을 모두 고른 것은?

(단, a, b, c, d 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$)

- ㄱ. 연산 \odot 에 대한 교환법칙이 성립한다.
- ㄴ. 연산 \odot 에 대한 항등원이 존재한다.
- ㄷ. 연산 \odot 에 대한 임의의 복소수 $z(z \neq 0)$ 의 역원이 항상 존재한다.
- ㄹ. 임의의 두 복소수 $z_1(z_1 \neq 0)$ 과 z_2 에 대하여 $z_1 \odot z_2 = 0$ 이면 $z_2 = 0$ 이다.

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄱ, ㄹ
- ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄷ, ㄹ

문 17. 모든 $x > 0$ 에 대하여 부등식

$$(\log_2 x)^2 + \log_2 2x^2 + a - \log_2 k \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 자연수 k 가 정확히 2개가 되도록 하는 실수 a 값의 범위는?

- ① $0 \leq a < 1$
- ② $1 \leq a < \log_2 3$
- ③ $\log_2 3 \leq a < 2$
- ④ $2 \leq a < \log_2 5$

문 18. 양의 실수로 이루어진 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_3 = 2, a_6 + a_8 = 486$ 일 때, a_5 의 값은?

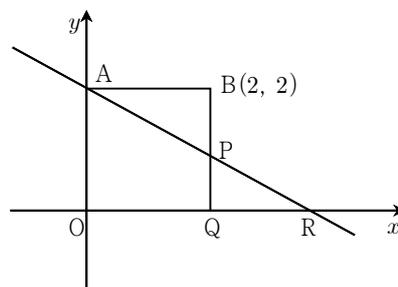
- ① $\frac{7}{5}$
- ② $\frac{14}{5}$
- ③ $\frac{27}{5}$
- ④ $\frac{81}{5}$

문 19. 아래 표와 같은 확률분포를 갖는 확률변수 X 가 있다. X 의 평균과 분산이 각각 $E(X) = 2, V(X) = \frac{1}{2}$ 일 때, 확률 $P(X=3)$ 은?

| | | | | |
|----------|-----|-----|-----|----|
| X | 1 | 2 | 3 | 합계 |
| $P(X=x)$ | a | b | c | 1 |

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$

문 20. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 AOQB에서 변 BQ 위의 한 점을 P라 하자. 직선 AP와 x 축과의 교점을 R이라 할 때, 점 P가 선분 BQ를 따라 점 Q(2, 0)에 한없이 가까워진다면 $\lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}}$ 의 값은? (단, O는 원점)



- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2

[2014년 9급 공무원 수학 시험 해설]

1. [정답] ②

$$A - B = \phi \text{ 이면 } A \subset B \\ \therefore B - (B - A) = A$$

2. [정답] ④

준식 $y = x^2 - 2x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 x 축 아래부분을 표현하므로 적분하여 부호를 바꾼다.

$$- \int_0^2 x^2 - 2x \, dx \\ = - [x^2 - 2x]_0^2 \\ = - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\ = \frac{4}{3}$$

3. [정답] ④

$\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ 의 양변을 제곱하면

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 을 이용하여 정리하면

$$\therefore \sin\theta\cos\theta = \frac{4}{9}$$

4. [정답] ③

A, B, C 세 점이 동일 직선 위에 존재하면 \overline{AB} 의 기울기와 \overline{AC} 의 기울기가 같아야 한다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기} = \frac{-3}{a-4}$$

$$\overline{AC} \text{의 기울기} = \frac{3}{3a}$$

$$\frac{-3}{a-4} = \frac{3}{3a}, a = 1$$

직선의 기울기 = 1

5. [정답] ①

k 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가지므로, $x = 1$ 을 대입하여 k 에 대한 식으

로 정리하면,

$$(p+1)k + (2-p+q) = 0$$

$$p = -1, q = -3$$

$$\therefore p+q = -4$$

6. [정답] ②

\overline{AB} 의 길이가 1 이므로 $A(a, b)$ 라 하면, $B(a, b+1)$ 이다.

각각의 점을 대입하면

$$b = \log_4 a$$

$$b+1 = \log_2 a$$

두 식을 연립하면,

$$a = 4, b = 1$$

나머지 점의 좌표를 구하면,

$$C(16, 2), D(16, 4)$$

$$\therefore \overline{CD} = 2$$

7. [정답] ①

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 2 \text{ 로 수렴하므로, } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 - 3n^2}{na_n + n^2 + 2n} \text{ 의 분모/분자를 } n^2 \text{ 으}$$

로 나누면,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 - 3}{\frac{a_n}{n} + 1 + \frac{2}{n}}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 - 3}{\frac{a_n}{n} + 1 + \frac{2}{n}} = -3$$

8. [정답] ①

θ 가 2사분면의 각이므로,

$$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta - \sin\theta$$

$$= -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

9. [정답] ③

1만으로 시작하는 수의 개수 : $4! = 24$
 2만으로 시작하는 수의 개수 : $4! = 24$
 3만으로 시작하는 수의 개수 : $4! = 24$
 4만으로 시작하기 전까지의 수가 72번째,
 4만으로 시작하는 첫 번째수인
 41235는 73번째 수이다.

10. [정답] ④

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 '다항함수'는 원점을 지나는 1차함수이다.
 즉, $f(x) = ax$ 형태이어야 한다.
 $f'(0) = 2$ 이므로 기울기 $a = 2$

모든 점에서 기울기가 같으므로
 $f'(1) = 2, f(1) = 2$
 $\frac{f'(1)}{f(1)} = 1$

11. [정답] ③

(a, b) 가 $y = x + 4$ 위의 점이므로 대입하면 $b = a + 4$
 준식,
 $a^2 + b^2 = a^2 + (a + 4)^2 = 2a^2 + 8a + 16$
 $= 2(a + 2)^2 + 8$
 따라서, 최솟값은 8

12. [정답] ②

역행렬을 갖지 않을 조건,
 $t(t^2 - t) - (t - 1)(t + 6) = 0$
 $(t^3 - t^2) - (t^2 - 5t + 6) = 0$
 $t^3 - 2t^2 + 5t - 6 = 0$
 근과 계수와의 관계에 의하여
 모든 t 의 합은 2

13. [정답] ③

$y = \sqrt{x+2}$ 를 y 축에 대하여 대칭하면,
 $y = \sqrt{-x+2}$ 를 x 축의 방향으로 1만큼
 평행이동하면,

$y = \sqrt{-(x-1)+2} = \sqrt{-x+3}$
 즉, $y = \sqrt{-x+3}$ 이 $(a, 3)$ 을 지나므로,
 $3 = \sqrt{-a+3}$
 $a = -6$

14. [정답] ③

$x^2 + y^2 = 20$ 위의 한 점 $A(4, 2)$ 에서의 접선의 방정식
 $4x + 2y = 20$
 x 축과 만나는 점 : $P(-5, 0)$
 y 축과 만나는 점 : $Q(0, 10)$
 삼각형 OPQ 의 넓이 = 25

15. [정답] ①

다항식 $f(x)$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는 $f(\alpha)$ 이므로, $[f, \alpha] = f(\alpha)$

$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$ 일 때,
 $[f, \alpha] = f(\alpha) = \alpha^3 + \alpha^2 - 3\alpha - 1$
 $[f, -\alpha] = f(-\alpha) = -\alpha^3 + \alpha^2 + 3\alpha - 1$
 $[f, \alpha] = [f, -\alpha] + 4$ 이므로
 $\alpha^3 + \alpha^2 - 3\alpha - 1 = -\alpha^3 + \alpha^2 + 3\alpha - 1 + 4$
 $\alpha^3 - 3\alpha - 2 = 0$
 $(\alpha + 1)^2(\alpha - 2) = 0$
 $\alpha = 2$

$\therefore [f, \frac{\alpha}{2}] = [f, 1] = f(1) = -2$

16. [정답] ①

ㄱ. $(a + bi) \odot (c + di) = ac + bdi$
 $(c + di) \odot (a + bi) = ca + dbi$
 $ac = ca, bd = db$ (교환법칙 성립)

ㄴ. 연산 \odot 에 대한 항등원을 $x + yi$ 라 하면 $(a + bi) \odot (x + yi) = a + bi$
 $ax + byi = a + bi$

$x = 1, y = 1$
 항등원은 $1 + i$

ㄷ. $a = 0$ 또는 $b = 0$ 인 경우 역원이

존재하지 않는다.

∴ (반례) $z_1 = 1, z_2 = i$ 일 때,
 $z_1 \odot z_2 = 0$

17. [정답] ②

$\log_2 x = t$ 라 치환하면

$$t^2 + 2t + 1 + a - \log_2 k \geq 0$$

위의 부등식이 항상 성립하기 위해서는
 판별식 $D \leq 0$ 을 만족해야 한다.

$$D/4 = 1 - (1 + a - \log_2 k) \leq 0$$

$$\log_2 k \leq a$$

$$k \leq 2^a$$

만족하는 자연수 k 가 2개가 되기 위해
 서는

$$k = 1, 2 \text{ 가 되어야 하므로}$$

$$2 \leq 2^a < 3 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore 1 \leq a \leq \log_2 3$$

18. [정답] ④

$$a + ar^2 = 2 \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$r^5(a + ar^2) = 486 \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

②를 ①로 나누면

$$r^5 = 243$$

$$r = 3$$

①에 대입하여

$$a = \frac{1}{5}$$

$$\therefore a_5 = \frac{1}{5} \times 3^4 = \frac{81}{5}$$

19. [정답] ②

$$\text{확률의 합} = a + b + c = 1$$

$$E(X) = a + 2b + 3c = 2$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$= (a + 4b + 9c) - (4) = \frac{1}{2}$$

세 식을 연립하면, $c = \frac{1}{4}$

$$\therefore P(X=3) = c = \frac{1}{4}$$

20. [정답] ②

$\triangle ABP$ 와 $\triangle RQP$ 는 닮음 (AA닮음)

따라서 $\frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}$ 이다.

$$\lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}} = \lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}$$

$$\overline{AB} = 2 \text{ 이고,}$$

P 가 Q 에 가까워지면 \overline{BP} 는 2에 가까워지므로

$$\lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}} = 1$$