

14. 4. 19. 국가직 공무원시험(9급) 수학(T형) 정답 및 해설
- 남부고시 유상현 수학연구소 -

1. [정답] ③

(a, b) 가 $y = x + 4$ 위의 점이므로 대입하면 $b = a + 4$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= a^2 + (a+4)^2 \\ &= 2a^2 + 8a + 16 \\ &= 2(a+2)^2 + 8 \\ \therefore \text{최솟값} &= 8 \end{aligned}$$

2. [정답] ②

$$t(t^2 - t) - (t-1)(t+6) = 0$$

$$(t^3 - t^2) - (t^2 - 5t + 6) = 0$$

$$t^3 - 2t^2 + 5t - 6 = 0$$

근과 계수와의 관계에 의하여

$\therefore$ 모든 t 의 합=2

3. [정답] ③

$$y = \sqrt{x+2}$$

↓

$$y = \sqrt{-x+2}$$

↓

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-(x-1)+2} \\ &= \sqrt{-x+3} \end{aligned}$$

y 축에 대하여 대칭

x 축 양의 방향으로 1만큼 평행이동

$(a, 3)$ 을 지나므로 대입하면

$$3 = \sqrt{-a+3}$$

$\therefore a = -6$

4. [정답] ③

$x^2 + y^2 = 20$ 위의 한 점 $A(4, 2)$ 에서의 접선의 방정식

$$4x + 2y = 20$$

x 축과 만나는 점 : $P(-5, 0)$

y 축과 만나는 점 : $Q(0, 10)$

$\therefore$ 삼각형 OPQ 의 넓이 = 25

5. [정답] ①

다항식 $f(x)$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는 $f(\alpha)$ 이므로,

$$[f, \alpha] = f(\alpha)$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1 \text{ 일 때}$$

$$[f, \alpha] = f(\alpha) = \alpha^3 + \alpha^2 - 3\alpha - 1$$

$$[f, -\alpha] = f(-\alpha) = -\alpha^3 + \alpha^2 + 3\alpha - 1$$

$$[f, \alpha] = [f, -\alpha] + 4 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 - 3\alpha - 1 = -\alpha^3 + \alpha^2 + 3\alpha - 1 + 4$$

$$\alpha^3 - 3\alpha - 2 = 0$$

$$(\alpha + 1)^2(\alpha - 2) = 0$$

$$\therefore \alpha = 2 \quad (\because \alpha > 0)$$

$$\therefore \left[f, \frac{\alpha}{2} \right] = [f, 1] = f(1) = -2$$

6. [정답] ①

$$\neg. (a+bi) \odot (c+di) = ac + bdi$$

$$(c+di) \odot (a+bi) = ca + dbi$$

$ac = ca, bd = db$ 이므로 교환법칙 성립

$\neg$. 연산 $\odot$ 에 대한 항등원을 $x + yi$ 라 하면

$$(a+bi) \odot (x+yi) = a+bi \text{ 이다.}$$

한편, $(a+bi) \odot (x+yi) = ax + byi$ 이므로

$$a+bi = ax + byi$$

$$x = 1, y = 1$$

$$\therefore \text{항등원} = 1+i$$

$\neg$. $a = 0$ or $b = 0$ 인 경우 역원이 존재하지 않는다.

$\neg$. (반례) $z_1 = 1, z_2 = i$ 일 때 $z_1 \odot z_2 = 0$

7. [정답] ②

$\log_2 x = t$ 라 치환하면

$$t^2 + 2t + 1 + a - \log_2 k \geq 0$$

위의 부등식이 항상 성립하기 위해서는 판별식 $D \leq 0$ 을 만족해야 한다.

$$D/4 = 1 - (1 + a - \log_2 k) \leq 0$$

$$\log_2 k \leq a$$

$$k \leq 2^a$$

만족하는 자연수 k 가 2개가 되기 위해서는

$$k = 1, 2 \text{가 되어야 하므로}$$

$$2 \leq 2^a < 3 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore 1 \leq a \leq \log_2 3$$

8. [정답] ④

$$a + ar^2 = 2 \quad \text{㉠}$$

$$r^5(a + ar^2) = 486 \quad \text{㉡}$$

㉡/㉠을 하면

$$r^5 = 243$$

$$r = 3$$

㉠에 대입하면

$$a = \frac{1}{5}$$

$$\therefore a_5 = \frac{1}{5} \cdot 3^4 = \frac{81}{5}$$

9. [정답] ②

$$\text{확률의 합} = a + b + c = 1$$

$$E(X) = a + 2b + 3c = 2$$

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - (E(X))^2 \\ &= (a + 4b + 9c) - (4) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{세 식을 연립하면 } c = \frac{1}{4}$$

$$\therefore P(X=3) = c = \frac{1}{4}$$

10. [정답] ②

삼각형 ABP 와 삼각형 RQP 는 닮음이다. (AA닮음)

$$\text{따라서 } \frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}} \text{ 이다.}$$

$$\lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}} = \lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}$$

$$\overline{AB} = 2 \text{ 이고,}$$

P 가 Q 에 가까워지면 $\overline{BP}$ 는 2에 가까워지므로

$$\lim_{P \rightarrow Q} \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}} = 1$$

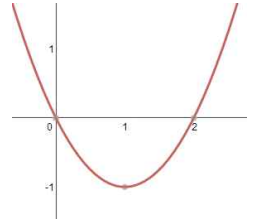
11. [정답] ②

$$A - B = \emptyset \text{ 이므로 } A \subset B$$

$$\therefore B - (B - A) = A$$

12. [정답] ④

$$\begin{aligned} & - \int_0^2 x^2 - 2x \, dx \\ &= - [x^2 - 2x]_0^2 \\ &= - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



13. [정답] ④

$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3} \text{ 의 양변을 제곱하면}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ 을 이용하여 정리하면}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{4}{9}$$

14. [정답] ③

A, B, C 세 점이 동일 직선위에 존재하면
 $\overline{AB}$ 의 기울기와 $\overline{AC}$ 의 기울기가 같아야 한다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기} = \frac{-3}{a-4}$$

$$\overline{AC} \text{의 기울기} = \frac{3}{3a}$$

$$\frac{-3}{a-4} = \frac{3}{3a}$$

$$a = 1$$

$$\therefore \text{직선의 기울기} = 1$$

15. [정답] ①

k 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가지므로
 $x = 1$ 을 대입하고 k 에 대하여 식을 정리하면

$$(p+1)k + (2-p+q) = 0$$

위의 식이 항상 성립해야 하므로,

$$p+1=0, \quad 2-p+q=0$$

$$p=-1, \quad q=-3$$

$$\therefore p+q=-4$$

16. [정답] ②

$\overline{AB}$ 의 길이가 1이므로 $A(a, b)$ 라 하면 $B(a, b+1)$ 이다.
 각각의 점을 대입하면

$$b = \log_4 a$$

$$b+1 = \log_2 a$$

두 식을 연립하면

$$a = 4, \quad b = 1$$

나머지 점의 좌표를 구하면 $C(16, 2), D(16, 4)$

$$\therefore \overline{CD} \text{의 길이} = 2$$

17. [정답] ①

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 2 \text{로 수렴하므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 - 3n^2}{na_n + n^2 + 2n}$ 의 분모/분자를 n^2 으로 나누면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 - 3}{\frac{a_n}{n} + 1 + \frac{2}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0 \text{이므로}$$

$$\therefore -3$$

18. [정답] ①

θ 가 2사분면의 각이므로

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta - \sin \theta$$

$$\therefore -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

19. [정답] ③

$$1\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc : 4! = 24\text{개}$$

$$2\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc : 4! = 24\text{개}$$

$$3\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc : 4! = 24\text{개}$$

여기까지 72개이므로

4로 시작하는 수 중에서 가장 작은 수가 73번째 수이다.

$$\therefore 41235$$

20. [정답] ④

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

를 만족하는 ‘다항함수’는 원점을 지나는 1차함수이다.

즉, $f(x) = ax$ 형태이어야 한다.

$$f'(0) = 2 \text{ 이므로 기울기 } a = 2$$

모든 점에서 기울기가 같으므로 $f'(1) = 2$

$$f(1) = 2$$

$$\therefore \frac{f'(1)}{f(1)} = 1$$