3.22 사회복지 수학과목 정답 및 해설
- 남부고시 유상현 수학연구소 -

1번 ④

$2 \times r^3 = 54$

$r = 3$

$x = 6,\ y = 18$

$\therefore x + y = 24$

2번 ④

$z^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2 = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i}$

$z^4 = -1$

$z^8 = 1$

$$\begin{aligned} z^{2014} &= (z^8)^{251} \times z^6 \\ &= z^2 \times z^4 \\ &= (\frac{1}{i}) \times (-1) \\ &= -\frac{1}{i} = i \end{aligned}$$

3번 ③

$f^{-1}(5) = k$ 라 하면

$f(k) = 5$

$x > 1$ 인 범위에서 $-x+2=5$ 가 나올 수 없으므로

$x^2 - 2x + 2$ 에 k를 대입하면 5가 나와야 한다.

$k^2 - 2k + 2 = 5$

$(k-3)(k+1) = 0$

$\therefore k = -1\ (\because x \le 1)$

$f^{-1}(-1) = m$ 이라 하면

$f(m) = -1$

$x \le 1$ 의 범위에서 $x^2 - 2x + 2 = -1$ 이 나올 수 없으므로

$-x + 2$ 에 m을 대입하면 -1이 나와야 한다.

$\therefore m = 3$

$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(5) = f^{-1}(f^{-1}(5)) = f^{-1}(-1) = 3$

4번 ②

$$\lim_{x\to\infty} 2n\left(\sqrt{n^2+1} - n\right)$$

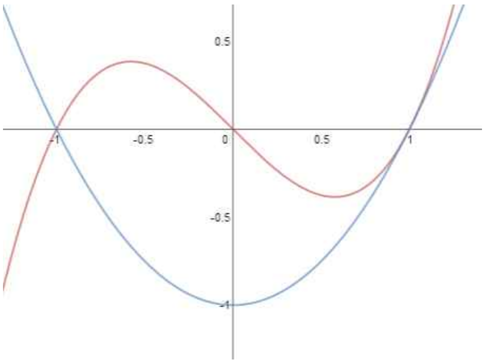
$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+1}+n}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+1}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

5. ②



$y = x^3 - x$ 의 그래프가 $y = x^2 - 1$ 의 그래프보다 위에 있으므로,

$$\int_{-1}^{1} (x^3 - x) - (x^2 - 1)dx$$

$$= \int_{-1}^{1} (x^3 - x^2 - x + 1)dx$$

$$= \int_{-1}^{1} (-x^2 + 1)dx$$

$$= 2\int_{0}^{1} (-x^2 + 1)dx$$

$$= 2\left[-\frac{1}{3}x^3 + x\right]_0^1$$

$$= \frac{4}{3}$$

6번 ②

"원의 중심부터 직선까지의 거리 $\le$ 반지름"일 때 적어도 한 점에서 만나게 된다.

$\frac{|a-1|}{\sqrt{2}} \le 1$

$|a-1| \le \sqrt{2}$

$-\sqrt{2} \le a - 1 \le \sqrt{2}$

$1 - \sqrt{2} \le a \le 1 + \sqrt{2}$

$\therefore\ (1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = -1$

7번 ③

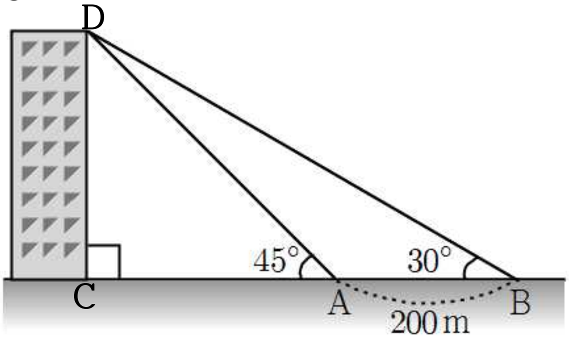
$\lim_{h\to 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h} = 3f'(1)$

$f(x) = \int \{(x-1)^3 + 5x - 1\}dx$

$f'(x) = (x-1)^3 + 5x - 1$

$\therefore 3f'(1) = 12$

8번 ④



$\overline{CD}$: $\overline{CB}$ = 1 : $\sqrt{3}$ 이므로

$\overline{AC}=\overline{CD}=x$ 라 두면

$x:(x+200)=1:\sqrt{3}$

$x+200=\sqrt{3}x$

$\therefore\ x=\dfrac{200}{\sqrt{3}-1}=100(\sqrt{3}+1)$

9번 ②

양변을 xy로 나누면

$\begin{cases}\dfrac{x}{y}+1=\dfrac{3}{xy}\\ \dfrac{y}{x}-1=\dfrac{2}{xy}\end{cases}$

위의 식에 2, 아래 식에 3을 곱하면,

$\begin{cases}2\dfrac{x}{y}+2=\dfrac{6}{xy}\\ 3\dfrac{y}{x}-3=\dfrac{6}{xy}\end{cases}$

위의 식에서 아래 식을 빼면,

$2\dfrac{x}{y}-3\dfrac{y}{x}+5=0$

$\dfrac{x}{y}=t$라 치환하면

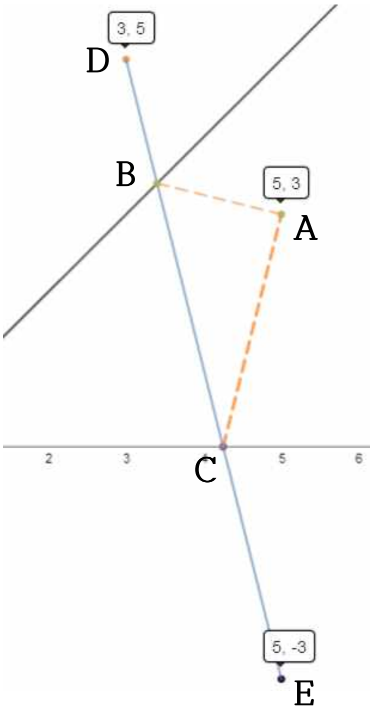
$2t-\dfrac{3}{t}+5=0$

$2t^2-3+5t=0$

$(2t-1)(t+3)=0$

$\therefore\ t=-3\ (\because t<0)$

10번 ④



(5, 3)을 $y=x$ 대칭하면 (3, 5)

(5, 3)을 x축 대칭하면 (5, −3)

$\overline{AB}=\overline{BD}$, $\overline{AC}=\overline{CE}$ 이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{DE}$

$\therefore\ 2\sqrt{17}$

11번 ④

$f(3x)=\dfrac{3}{3+x}$

$f(x)=\dfrac{3}{3+\dfrac{x}{3}}=\dfrac{9}{9+x}$

$\therefore\ \dfrac{1}{3}f(x)=\dfrac{3}{9+x}$

12번 ①

$(1,\ -3)$은 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이므로

접선에서의 기울기는 $f'(1)$와 같다.

$f'(x)=3x^2-5$

$\therefore f'(1)=-2$

13번 ②
케일리-해밀턴 정리를 이용하면,

$A^2+A+E=0$
$(A-E)(A^2+A+E)=0$
$A^3=E$

$A^{20}=A^2=-(A+E)$
$A+E$행렬의 모든 성분의 합이 1이므로
$\therefore$ -1

14 ②
$\dfrac{1}{2\log_2 3}+\dfrac{2}{\log_5 3}=\log_3 k$
$\dfrac{\log_3 2}{2}+2\log_3 5=\log_3 k$
$\log_3\sqrt{2}+\log_3 5^2=\log_3 k$
$\therefore k=25\sqrt{2}$

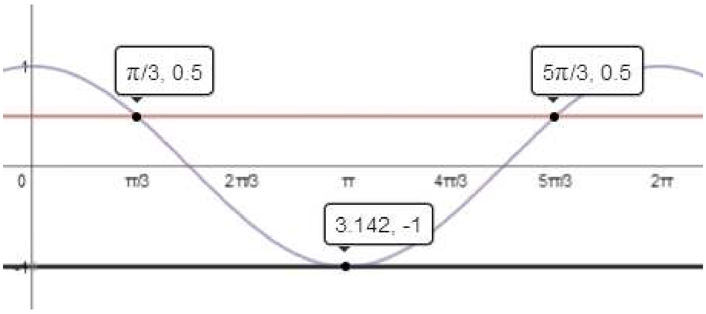
15 ①
$2^{x+1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-5}$
$x+1=-x+5$
$x=2$
교점의 좌표 (2, 8)
$\therefore\ a+b=10$

16 ①
1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 세 수의 합이 11이 되는 것은 (1, 4, 6), (2, 3, 6), (2, 4, 5) 3가지이다.

합이 11이 되는 세 수를 뽑는 방법 : 3
앞의 세 개의 수를 나열하는 방법 : 3!
뒤의 세 개의 수를 나열하는 방법 : 3!

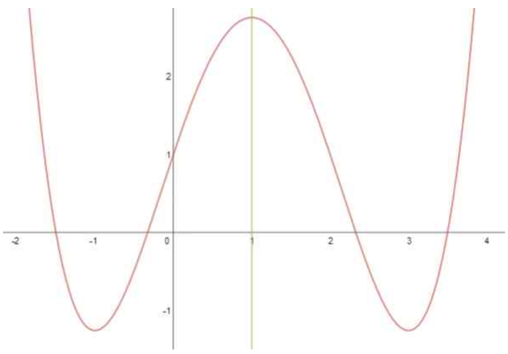
$\therefore\ 3\times 3!\times 3!=108$

17 ③
$2\sin^2 x-\cos x-1=0$
$2(1-\cos^2 x)-\cos x-1=0$
$2\cos^2 x+\cos x-1=0$
$(2\cos x-1)(\cos x+1)=0$
$\cos x=-1$ or $\dfrac{1}{2}$
$x=\dfrac{\pi}{3},\ \pi,\ \dfrac{5}{3}\pi$
$\therefore\ 3\pi$



18 ③
1은 포함, 2는 포함하지 않는 부분집합 : 2^3
1은 미포함, 2는 포함하는 부분집합 : 2^3
1, 2 모두 포함하는 부분집합 : 2^3
$\therefore 3\times 2^3=24$

19 ①
$f\left(\dfrac{3}{2}+x\right)=f\left(\dfrac{1}{2}-x\right)$ 에서
$\dfrac{1}{2}+x=t$ 라 치환하면
$f(1+t)=f(1-t)$
$x=1$ 대칭인 그래프이다.(아래의 그래프는 예)



x절편 역시 $x=1$ 대칭이므로
$1-\alpha,\ 1+\alpha,\ 1-\beta,\ 1+\beta$ 로 표현할 수 있다.
$\therefore$ 모든 근의 합 = 4

20. ④

$P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332$ 이므로

$P(1.5 \leq Z) = 0.0668$ 이다.

정규화 공식에 ($\frac{x-m}{\sigma} = z$) 대입하면

$\frac{232-230}{\sigma} = 1.5$

$2 = 1.5\sigma$

$\therefore \sigma = \frac{4}{3}$