

2014년 3월 22일
9급 사회복지직 공무원 수학 해설

1. 정답: ④

$$a_1 = 2$$

$$a_4 = a_1 r^3 = 2r^3 = 54$$

$$\therefore r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3$$

$$x = a_2 = a_1 r = 2 \cdot 3 = 6$$

$$y = a_3 = a_2 r = 6 \cdot 3 = 18$$

$$\therefore x + y = 6 + 18 = 24$$

2. 정답: ④

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$$

$$z^2 = \frac{2}{(1+i)^2} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = \frac{i}{i \cdot i} = -i$$

$$z^4 = (-i)^2 = -1$$

$$\therefore z^8 = (-1)^2 = 1$$

$$\therefore z^{2014} = z^{8 \times 251} \cdot z^6 = z^4 \cdot z^2 = i$$

3. 정답: ③

$$f^{-1}(5) = k$$

$$f(k) = 5$$

$$k^2 - 2k + 2 = 5$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$(k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = -1 \quad (\because x \leq 1)$$

$$f^{-1}(-1) = t$$

$$f(t) = -1$$

$$-t + 2 = -1$$

$$\therefore t = 3$$

4. 정답: ②

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2n(\sqrt{n^2+1} - n)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(\sqrt{n^2+1} - n)(\sqrt{n^2+1} + n)}{\sqrt{n^2+1} + n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n^2+1-n^2)}{\sqrt{n^2+1} + n} = 1$$

5. 정답: ②

$$x^3 - x = x^2 - 1$$

$$x^3 - x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2(x-1) - (x-1) = 0$$

$$(x-1)(x^2-1) = 0$$

$$(x-1)^2(x+1) = 0$$

$$\int_{-1}^1 (x^3 - x - x^2 + 1) dx = 2 \int_0^1 (-x^2 + 1) dx$$

$$= 2 \left[-\frac{x^3}{3} + x \right]_0^1 = \frac{4}{3}$$

6. 정답: ②

원의 중심에서 직선까지의 거리를 구해서 원의 반지름과 같다고 하면

$$\frac{|-a+1|}{\sqrt{2}} = 1$$

$$|a-1| = \sqrt{2}$$

$$a-1 = \pm \sqrt{2}$$

$$a = 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$$

$$\therefore (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$$

7. 정답: ③

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{3h} \cdot 3$$

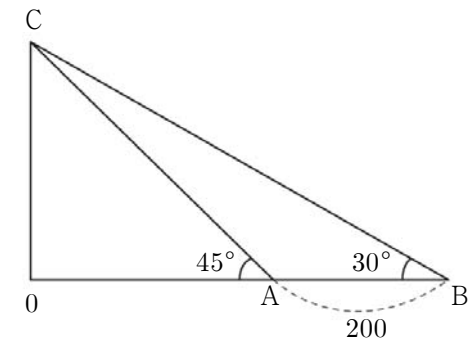
$$= f'(1) \cdot 3$$

$$f'(x) = (x-1)^3 + 5x - 1$$

$$\therefore f'(1) = 4$$

$$\therefore f'(1) \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

8. 정답: ④



$\overline{OA} = \overline{OB} = a$ 라고 하면

$$\frac{a+200}{a} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$a+200 = \sqrt{3}a$$

$$a = \frac{200}{\sqrt{3}-1} = \frac{200(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = 100(\sqrt{3}+1)$$

9. 정답: ②

$$x^2 + xy = 3 \quad \dots \quad ①$$

$$y^2 - xy = 2 \quad \dots \quad ②$$

$$① \times 2 - ② \times 3$$

$$2x^2 + 5xy - 3y^2 = 0$$

$$(2x - y)(x + 3y) = 0$$

$$x = -3y \quad (\because xy < 0)$$

$$\therefore \frac{x}{y} = -3$$

10. 정답: ④

A를 $y = x$ 에 대칭이동한 점을 D(3, 5)

A를 x 축에 대칭이동한 점을 E(5, -3)

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BD} + \overline{BC} + \overline{CE} \geq \overline{DE}$$

$$\therefore \text{최소값은 } \overline{DE} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

11. 정답: ④

$$f(3x) = \frac{3}{3+x}$$

$$f(x) = \frac{3}{3+\frac{x}{3}} = \frac{9}{9+x}$$

$$\frac{1}{3}f(x) = \frac{3}{9+x}$$

12. 정답: ①

접점을 $(t, t^3 - 5t + 1)$

$$f'(t) = 3t^2 - 5 = \frac{t^3 - 5t + 4}{t-1} = \frac{(t-1)(t^2 + t - 4)}{t-1}$$

$$\therefore 2t^2 - t - 1 = 0$$

$$(2t+1)(t-1) = 0$$

$$\therefore t=1 \text{ 일 때 접선의 기울기는 } f'(1) = -2$$

13. 정답: ②

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

$\vdots$

$$A^{20} = (A^3)^{18} \cdot A^2 = A^2$$

$\therefore$ 모든 성분의 합은 -1

14. 정답: ②

$$\frac{1}{2\log_2 3} + \frac{2}{\log_5 3} = \frac{1}{2} \log_3 2 + 2\log_3 5$$

$$= \log_3 \sqrt{2} + \log_3 25 = \log_3 25\sqrt{2}$$

$$\therefore k = 25\sqrt{2}$$

15. 정답: ①

$$2^{x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} = 2^{-x+5}$$

$$\therefore x+1 = -x+5$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$y = 2^{2+1} = 8$$

$$\therefore a+b = 2+8 = 10$$

16. 정답: ①

$$1+4+6 = 11$$

$$2+3+6 = 11$$

$$2+4+5 = 11$$

a_1, a_2, a_3 가 1, 4, 6인 경우의 수는 $3!$

a_4, a_5, a_6 가 2, 3, 5인 경우의 수는 $3!$

$$\therefore 3! \times 3! = 36$$

나머지 두 가지 경우도 같은 방법으로 계산하면

$$3 \times 36 = 108$$

17. 정답: ③

$$2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$2 - 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$(2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = \frac{1}{2}, -1$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi, \pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi + \pi = 3\pi$$

18. 정답: ③

1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$

$$\therefore 2^5 - 2^3 = 24$$

19. 정답: ①

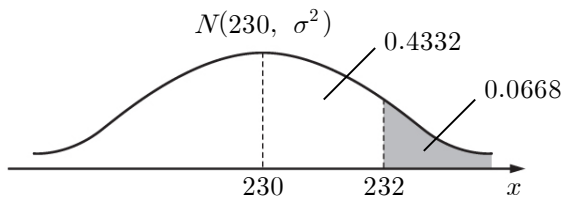
$f\left(\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{1}{2}-x\right)$ 는 $x=1$ 에 대하여 대칭이다.

x 축과 만나는 네 점을 크기순으로 a, b, c, d 라 하면

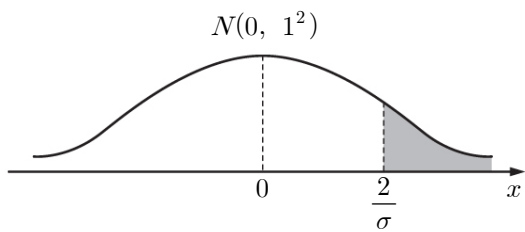
$$\frac{a+d}{2}=\frac{b+c}{2}=1$$

$$\therefore a+b+c+d=4$$

20. 정답: ④



표준정규분포로 바꾸면



$$\therefore \frac{2}{\sigma}=1.5$$

$$\therefore \sigma=\frac{4}{3}$$