

[정답 및 해설]

문 1. 정답 ③

z^2 이 음의 실수가 되려면 z 는 순허수가 되어야 한다.
 $z = 2x - 2 - xi$ 이므로 순허수가 되려면 $2x - 2 = 0$, $x = 1$ 이다.
 따라서 $z = -i$ 이다.
 $z + z^2 + z^3 + z^4 = -i + (-i)^2 + (-i)^3 + (-i)^4$
 $= -i - 1 + i + 1 = 0$

문 2. 정답 ④

$A + A^{-1} = E$ 양변에 A 를 곱하면 $A^2 - A + E = O$ 이 된다.
 양변에 A 를 한번 더 곱하면 $A^3 - A^2 + A = O$ 이 된다.
 $A^3 = A^2 - A = -E$ 이므로 A^3 의 역행렬은 $-E$ 이다.

문 3. 정답 ④

근과 계수와의 관계를 이용하면 $\alpha + \beta = -3$, $\alpha\beta = 1$ 이다.
 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = (\sqrt{\alpha})^2 + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} + (\sqrt{\beta})^2$
 두 근의 합이 음수이고, 두 근의 곱이 양수이므로 두 근 α, β 모두 음수이다.
 따라서
 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = (\sqrt{\alpha})^2 + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} + (\sqrt{\beta})^2$
 $= (\sqrt{-\alpha}i)^2 + 2\sqrt{-\alpha}i\sqrt{-\beta}i + (\sqrt{-\beta}i)^2$
 $= -\alpha - 2\sqrt{\alpha\beta} - \beta$
 $= -(\alpha + \beta) - 2\sqrt{\alpha\beta}$
 $= 3 - 2 = 1$

문 4. 정답 ⑤

다항식 $f(x)$ 를 x 로 나눈 나머지 $f(0) = 25$,
 $x - 3$ 으로 나눈 나머지 $f(3) = 18$ 일 때,
 $f(4 - x) + f(x - 1)$ 을 $x - 4$ 로 나눈 나머지
 $f(0) + f(3) = 25 + 18 = 43$ 이다.
 (다항식 $f(x)$ 를 $x - a$ 로 나눈 나머지는 $f(a)$ 이다.)

문 5. 정답 ④

세면의 넓이는 ab, bc, ca 가 각각 12, 9, 3 이므로
 $\begin{cases} ab = 12 \\ bc = 9 \\ ca = 3 \end{cases}$ 으로 잡고 세 식을 곱하면 $(abc)^2 = 18^2$ 이 된다.
 직육면체의 길이는 항상 양수이므로 $abc = 18$ 이다.
 따라서 $a = 2, b = 6, c = \frac{3}{2}$ 이다.
 $a + b + c = \frac{19}{2}$

문 6. 정답 ④

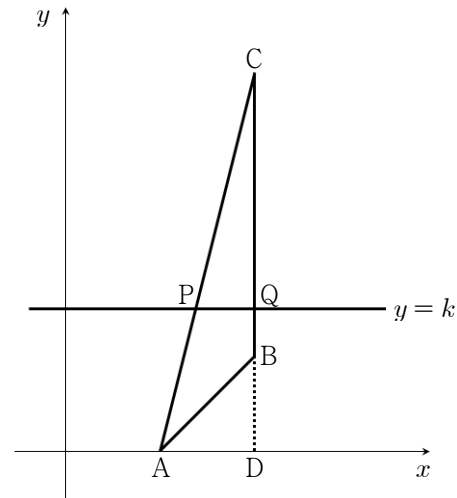
삼각형 ABC 의 넓이는 삼각형 ACD - 삼각형 $ABD = 6$ 이다.
 직선 $y = k$ 로 이등분된 삼각형 CPQ 의 넓이는 3이 되어야 한다.
 선분 CQ 의 길이는 $8 - k$ 가 되고, 삼각형 CPQ 와 삼각형 ACD 는 닮았으므로 $\overline{CQ} : \overline{PQ} = 4 : 1$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = \frac{(8-k)}{4}$ 이고 삼각형 CPQ 는 $\frac{(8-k)^2}{8} = 3$

$$(8-k)^2 = 24$$

$$8-k = \sqrt{24} \quad (\because 8-k > 0)$$

$$k = 8 - 2\sqrt{6}$$



문 7. 정답 ①

두 점을 지나는 직선의 방정식은 $3x + 4y - 10 = 0$ 이다.
 원의 중심 $(-2, -1)$ 과 직선 사이의 거리

$$d(P) = \frac{|3(-2) + 4(-1) - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4 \text{ 이다.}$$

$d(P)$ 의 최솟값은 원의 중심과 직선 사이의 거리에 반지름 1을 뺀 값이므로 3이다.

문 8. 정답 ②

$f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하려면 우선 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \text{ 이어야 하므로 } a + b = c \text{ 이다.}$$

또한 $\lim_{x \rightarrow 1+0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f'(x)$ 이어야 미분값이 존재하여 미분 가능하므로 $2a = 3c$ 이다.

$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ a + b = c \\ 2a = 3c \end{cases} \text{ 를 연립하여 풀면 } a = \frac{3}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abc = -\frac{3}{4}$$

문 9. 정답 ②

$$f^2(x) = \frac{\frac{x-1}{x} - 1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{-1}{x-1}$$

$$f^3(x) = \frac{\frac{-1}{x-1} - 1}{\frac{-1}{x-1}} = x$$

$$f^{2014}(x) = f^3 \circ f^3 \circ \dots \circ f^3 \circ f(x) = f(x)$$

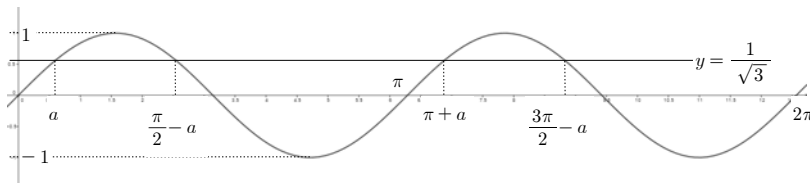
$$f^{2014}(2014) = f(2014) = \frac{2013}{2014}$$

문 10. 정답 ③

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{k=1}^n \left(2 + \frac{2k}{n}\right)^3 &= \frac{3}{2} \int_2^4 x^3 dx \\ &= \frac{3}{2} \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_2^4 \\ &= 90 \end{aligned}$$

문 11. 정답 ⑤

$\sin 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 의 실근은 $y = \sin 2x$ 와 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 의 교점의 x 좌표이므로 두 함수의 그래프를 그려보면 아래 그림처럼 나온다.



가장 작은 실근을 a 라 나두면 삼각함수의 대칭성에 의하여

$a, \frac{\pi}{2} - a, \pi + a, \frac{3\pi}{2} - a$ 가 실근이 된다.

$$a + \frac{\pi}{2} - a + \pi + a + \frac{3\pi}{2} - a = 3\pi$$

문 12. 정답 ①

전체 경우의 수에서 두수의 곱이 3의 배수가 되지 않는 것을 빼면

$${}_{10}C_2 - {}_7C_2 = 45 - 21 = 24$$

문 13. 정답 ②

$$-2 \leq x \leq 1 \text{에서 } \frac{1}{4} \leq 2^x \leq 2$$

$$2^x = t \text{로 놓으면 주어진 식은 } 4t^2 + at + b \leq 0$$

$\frac{1}{4} \leq t \leq 2$ 이므로 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용하면

$$\frac{9}{4} = -\frac{a}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{b}{4}$$

따라서 $a = -9, b = 2$

$$\therefore ab = -18$$

문 14. 정답 ②

$(2n^2 - 3n)a_n = b_n$ 이라 하면

$$a_n = \frac{b_n}{2n^2 - 3n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - 2n)a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - 2n) \frac{b_n}{2n^2 - 3n} = 15$$

문 15. 정답 ③

주어진 점화식은 계차수열이 공비가 2인 등비수열이다.

$a_1 = 3, a_2 = 9$ 이므로 계차수열의 첫째항은 6

따라서

$$a_{10} = 3 + \frac{6(2^9 - 1)}{2 - 1} = 3(2^{10} - 1)$$

문 16. 정답 ①

$x = -2$ 이면 0으로 수렴이고

$-1 < x - 3 \leq 1$

$2 < x - 3 \leq 4$ 이면 수렴이다.

따라서, 정수 $-2, 3, 4$ 일 때 수렴이므로

모든 정수의 합은 5

문 17. 정답 ③

$x = -t$ 로 치환하면

$$\text{준식} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-4t}{\sqrt{t^2 + 2}} + 5 = -4$$

문 18. 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{준식} &= \int_{-1}^1 (x^5 + x^3 + x + 1) dx \\ &= 2 \int_0^1 1 dx = 2 \end{aligned}$$

문 19. 정답 ⑤

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$\sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

$$\begin{aligned} \sin^3 \theta + \cos^3 \theta &= (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3\sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta) \\ &= \frac{11}{16} \end{aligned}$$

문 20. 정답 ㉠

이항분포 $B(100, \frac{1}{5})$ 를 따르므로 정규분포 $N(20, 4^2)$ 에서 30 문제 이상이 정답일 확률은 표준정규분포에서 $P(2.5 \leq z) = 0.5 - 0.49 = 0.01$
 $\therefore 1\%$

[2014년 6월 28일 서울시 9급 공무원 수학 총평]

이번 2014년 서울시 9급 시험은 작년도 서울시 9급 시험에 비해 쉽게 출제되었습니다. 전단원에 걸쳐 중요한 개념과 문제를 반복적으로 연습한 학생이라면 어렵지 않게 풀 수 있는 문제들로 이루어진 시험이었습니다.

지난 국가직, 지방직 시험과 마찬가지로 이번 서울시 시험도 공수신 수학의 기본 개념을 충실히 공부한 수험생들은 그리 어렵지 않게 풀어낼 수 있었을 것이고, 더불어 공수신 700제, 공수신 비밀파일로 공부한 수험생들은 유사한 문제들이 교재에 수록되어 있어 쉽게 시험을 봤을 것입니다.

공수신 수학 교재 내용을 이해 위주로 공부하는 것이 얼마나 중요한지 이번 시험을 통해 알 수 있습니다. 특히 수학은 기본 개념을 충실히 이해하고, 중요한 문제를 통해 기본 개념을 적용하는 연습을 꾸준히 반복한다면 누구나 좋은 성적을 받을 수 있습니다.